

Câu 1 (Đề thi 02 – Lớp 12D):

Có tài liệu về giá và lượng hàng tiêu thụ 2 mặt hàng trên hai thị trường như sau:

Mặt hàng	Thị trường X		Thị trường Y	
	Giá (nghìn VNĐ)	Lượng tiêu thụ (tạ)	Giá (nghìn VNĐ)	Lượng tiêu thụ (tạ)
A	220	7000	200	7500
B	40	20000	45	18000

- Tính chỉ số giá bán chung cho cả hai mặt hàng khi so sánh thị trường X và Y.
- Tính chỉ số lượng hàng tiêu thụ chung cho cả 2 mặt hàng khi so sánh thị trường X và Y.

Giải:

Gọi p_X, p_Y lần lượt là giá bán cho hai mặt hàng của thị trường X và thị trường Y.

q_X, q_Y lần lượt là lượng hàng tiêu thụ hai mặt hàng của thị trường X và thị trường Y.

- Chỉ số tổng hợp không gian về giá bán chung cho cả hai mặt hàng là:

$$I_{p(X|Y)} = \frac{\sum p_X Q}{\sum p_Y Q} \text{ trong đó } Q = q_X + q_Y$$

Theo đề bài ta có:

$$Q_A = q_{X(A)} + q_{Y(A)} = 7000 + 7500 = 14500 \text{ (tạ)}$$

$$Q_B = q_{X(B)} + q_{Y(B)} = 20000 + 18000 = 38000 \text{ (tạ)}$$

$$\Rightarrow I_{p(X|Y)} = \frac{\sum p_X Q}{\sum p_Y Q} = \frac{p_{X(A)} Q_A + p_{X(B)} Q_B}{p_{Y(A)} Q_A + p_{Y(B)} Q_B} = \frac{220.14500 + 40.38000}{200.14500 + 45.38000} = 1,0217 = 102,17\%$$

Vậy giá bán chung cho cả hai mặt hàng của thành phố X cao hơn so với thành phố Y là 2,17%.

- Chỉ số tổng hợp không gian về lượng tiêu thụ cho cả hai mặt hàng là:

$$I_{q(X|Y)} = \frac{\sum q_X \bar{p}}{\sum q_Y \bar{p}} \text{ trong đó } \bar{p} = \frac{p_X q_X + p_Y q_Y}{q_X + q_Y}$$

Theo đề bài ta có:

$$\bar{p}_A = \frac{p_{X(A)} q_{X(A)} + p_{Y(A)} q_{Y(A)}}{q_{X(A)} + q_{Y(A)}} = \frac{220.7000 + 200.7500}{7000 + 7500} = 209,65 \text{ (nghìn VNĐ)}$$

$$\bar{p}_B = \frac{p_{X(B)} q_{X(B)} + p_{Y(B)} q_{Y(B)}}{q_{X(B)} + q_{Y(B)}} = \frac{40.20000 + 45.18000}{20000 + 18000} = 42,37 \text{ (nghìn VNĐ)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow I_{q(X|Y)} &= \frac{\sum q_X \bar{p}}{\sum q_Y \bar{p}} = \frac{q_{X(A)} \bar{p}_A + q_{X(B)} \bar{p}_B}{q_{Y(A)} \bar{p}_A + q_{Y(B)} \bar{p}_B} = \frac{7000.209,65 + 20000.42,37}{7500.209,65 + 18000.42,37} = 0,9914 \\ &= 99,14\% \end{aligned}$$

Vậy lượng tiêu thụ cho cả hai mặt hàng của thành phố X thấp hơn so với thành phố Y là 0,86%.

Câu 2: Có tài liệu theo dõi về tình hình sản xuất café của một nông trường qua các năm như sau:

Năm	2010	2011	2012	2013
Giá trị sản lượng (nghìn tấn)				
Lượng tăng giảm tuyệt đối liên hoàn (nghìn tấn)			6,3	
Tốc độ phát triển liên hoàn (%)		145		
Tốc độ tăng/giảm liên hoàn (%)				110
Giá trị tuyệt đối 1% tăng giảm (nghìn tấn)		0,5		

Sau khi hoàn thành bảng số liệu, hãy dự báo giá trị xuất khẩu năm 2015 của doanh nghiệp.

Lưu ý: Trình bày rõ cách tính giá trị sản lượng hàng năm của nông trường này.

Giải:

Ta có:

$$g_{2011} = \frac{y_{2010}}{100} = 0,5 \Rightarrow y_{2010} = 100 \cdot g_{2011} = 100 \cdot 0,5 = 50 \text{ (nghìn tấn)}$$

$$t_{2011} = \frac{y_{2011}}{y_{2010}} \cdot 100 = 145 \Rightarrow y_{2011} = \frac{145}{100} \cdot y_{2010} = 1,45 \cdot 50 = 72,5 \text{ (nghìn tấn)}$$

$$\delta_{2012} = y_{2012} - y_{2011} = 6,3 \Rightarrow y_{2012} = y_{2011} + 6,3 = 72,5 + 6,3 = 78,8 \text{ (nghìn tấn)}$$

$$a_{2013} = \frac{y_{2013} - y_{2012}}{y_{2012}} \cdot 100 = 110 \Rightarrow y_{2013} = \frac{110}{100} \cdot y_{2012} + y_{2012} = 1,1 \cdot 78,8 + 78,8 = 165,48 \text{ (nghìn tấn)}$$

Bảng số liệu hoàn thành:

Năm	2010	2011	2012	2013
Giá trị sản lượng (nghìn tấn)	50	72,5	78,8	165,48
Lượng tăng giảm tuyệt đối liên hoàn (nghìn tấn)	-	22,5	6,3	86,68
Tốc độ phát triển liên hoàn (%)	-	145	108,7	210
Tốc độ tăng/giảm liên hoàn (%)	-	45	8,7	110
Giá trị tuyệt đối 1% tăng giảm (nghìn tấn)	-	0,5	0,725	0,788

• Dự báo giá trị xuất khẩu năm 2015 của doanh nghiệp :

+ Theo tốc độ phát triển trung bình :

$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{y_{2013}}{y_{2010}}} = \sqrt[3]{\frac{165,48}{50}} = 1,49$$

Với tầm xa dự báo : L = 2

$$\Rightarrow y_{2015} = y_{2013} \cdot (\bar{t})^L = 165,48 \cdot (1,49)^2 = 367,38 \text{ (nghìn tấn)}$$

+ Theo lượng tăng/giảm tuyệt đối bình quân :

$$\bar{\delta} = \frac{y_{2013} - y_{2010}}{n - 1} = \frac{165,48 - 50}{3} = 38,49$$

Với tầm xa dự báo : L = 2

$$\Rightarrow y_{2015} = y_{2013} + (\bar{\delta}) \cdot L = 165,48 + 38,49 \cdot 2 = 242,46 \text{ (nghìn tấn)}$$

+ Theo hàm hồi quy tuyến tính:

Ta có bảng đặt t

t	1	2	3	4
y	50	72,5	78,8	165,48

Hàm hồi quy tuyến tính của giá trị sản lượng phụ thuộc vào thời gian có dạng:

$$\bar{y} = a_0 + a_1 \cdot t$$

Với a_0, a_1 thỏa mãn:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 366,78 = 4a_0 + 10a_1 \\ 1093,32 = 10a_0 + 30a_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 3,51 \\ a_1 = 35,274 \end{cases}$$

Năm dự báo 2015, $t = 6$:

$$\Rightarrow y_{2015} = a_0 + a_1 \cdot t = 3,51 + 35,274 \cdot 6 = 246,744 \text{ (nghìn tấn)}$$

Câu 3: Một phân xưởng sản xuất ly gồm 1000 công nhân, người ta chọn ra 100 người theo phương pháp chọn mẫu ngẫu nhiên đơn thuần (không trả lại) kết quả điều tra mẫu được như sau:

Năng suất lao động (cái/ngày)	Số công nhân
Dưới 20	18
20 – 30	39
30 – 40	34
40 – 50	9

Với độ tin cậy là 95,45%, tính:

- Năng suất lao động bình quân của công nhân trong mẫu nói trên?
- Năng suất lao động bình quân của công nhân toàn phân xưởng.
- Tỷ lệ số công nhân trong điều tra có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên?
- Tỷ lệ số công nhân trong cả phân xưởng có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên?

Giải:

Gọi x_i là năng suất lao động của công nhân.

f_i là số công nhân.

Ta có bảng dữ liệu :

Năng suất lao động (cái/ngày)	Trị số giữa x_i	Số công nhân f_i
Dưới 20	15	18
20 – 30	25	39
30 – 40	35	34
40 – 50	45	9
		$\sum f_i = 100$

a. Năng suất lao động bình quân của công nhân trong mẫu nói trên là :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{15.18 + 25.39 + 35.34 + 45.9}{100} = 28,4 \text{ (cái/ngày)}$$

b. Gọi μ là năng suất lao động bình quân của công nhân toàn phân xưởng

$$\text{Với } \gamma = 0,9545 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2$$

Mặt khác, ta có độ lệch chuẩn hiệu chỉnh của mẫu điều tra là :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1}} = 8,787$$

\Rightarrow Khoảng ước lượng năng suất lao động bình quân của công nhân toàn phân xưởng là :

$$\begin{aligned} \bar{x} - (z_{\alpha/2}) \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} &\leq \mu \leq \bar{x} + (z_{\alpha/2}) \cdot \sqrt{\frac{s^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \\ \Leftrightarrow 28,4 - 2 \cdot \sqrt{\frac{8,787^2}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} &\leq \mu \leq 28,4 + 2 \cdot \sqrt{\frac{8,787^2}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} \\ &\Leftrightarrow 26,73 \leq \mu \leq 30,067 \end{aligned}$$

Vậy năng suất lao động của công nhân toàn phân xưởng là từ 27 đến 30 cái/ngày.

c. Gọi f là tỷ lệ số công nhân trong điều tra có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên.

Ta có:

$$f = \frac{9}{100} = 0,09$$

Vậy tỷ lệ số công nhân trong điều tra có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên là 9%.

d. Gọi p là tỷ lệ số công nhân trong cả phân xưởng có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên.

$$\text{Với } \gamma = 0,9545 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2$$

Khoảng ước lượng tỷ lệ số công nhân trong cả phân xưởng có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên là:

$$\begin{aligned} f - (z_{\alpha/2}) \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} &\leq p \leq f + (z_{\alpha/2}) \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} \\ \Leftrightarrow 0,09 - 2 \cdot \sqrt{\frac{0,09(1-0,09)}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} &\leq p \leq 0,09 + 2 \cdot \sqrt{\frac{0,09(1-0,09)}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} \\ &\Leftrightarrow 0,0357 \leq p \leq 0,1443 \end{aligned}$$

Vậy tỷ lệ số công nhân trong cả phân xưởng có năng suất lao động từ 40 cái/ngày trở lên là từ 3,57% đến 14,43%.