

**Công thức cần nhớ  
và cách giải  
ba dạng câu hỏi đề thi**

**THỐNG KÊ**

**KINH**

**DOANH**

## Đề thi Thống kê Kinh Doanh

Thời gian: 60 phút.

Số lượng câu hỏi: 3 – 4 câu.

Cấu trúc đề thi:

- Dạng 1: Phân tổ thống kê, tính các đặc trưng đo lường thống kê, điều tra chọn mẫu.
- Dạng 2: Dãy số thời gian và dự báo thống kê.
- Dạng 3: Chỉ số.

PHAN CHÂU THÔNG 12DQH

---

## CHƯƠNG 3: TÓM TẮT VÀ TRÌNH BÀY DỮ LIỆU

### 1. Phân tổ thống kê

- Xác định số tổ  $k$ :  $k = (2 \cdot n)^{\frac{1}{3}}$

- Xác định khoảng cách tổ  $h$ :

+ Biến liên tục:  $h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}$

+ Biến rời rạc:  $h = \frac{(x_{\max} - x_{\min}) - (k - 1)}{k}$

### 2. Số đại diện của tổ ( $x_i$ )

$$\text{Trị số giữa} = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2}$$

### 3. Tần số tích lũy

$$S_j = \sum_{i=1}^j f_i$$

### 4. Tần suất (%)

$$d_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100$$

### 5. Đồ thị phân phối tần số (Histogram)

Thường được sử dụng để biểu diễn dữ liệu trên bảng tần số. Đồ thị phân phối tần số được biểu diễn dưới dạng biểu đồ hình cột. Khi xây dựng đồ thị này, các biểu hiện của biến, đặc trưng mà ta quan tâm như: tuổi, thành phần kinh tế, doanh thu... được thể hiện trên trục hoành, còn trục tung thể hiện tần số (Frequency) của các biểu hiện.

## CHƯƠNG 4: THỐNG KÊ CÁC MỨC ĐỘ CỦA HIỆN TƯỢNG KT - XH

### 1. Số tương đối (%)

Số tương đối **nhiệm vụ** kế hoạch

$$t_{NK} = \frac{y_k}{y_0} \cdot 100 \text{ hoặc } i_{nv} = \frac{y_k}{y_0} \cdot 100$$

Số tương đối **hoàn thành** kế hoạch

$$t_{HK} = \frac{y_1}{y_k} \cdot 100 \text{ hoặc } i_{ht} = \frac{y_1}{y_k} \cdot 100$$

Số tương đối động thái:

$$t = t_{NK} \cdot t_{HK} = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100 \text{ hoặc } i = i_{nv} \cdot i_{ht} = \frac{y_1}{y_0} \cdot 100$$

Số tương đối kết cấu (tỷ trọng)

$$d_i = \frac{y_i}{\sum_{i=1}^n y_i} \cdot 100$$

### 2. Số bình quân (Mean)

Số trung bình cộng đơn giản

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Số bình quân gia quyền

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Số trung bình điều hòa

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n \frac{x_i f_i}{x_i}}$$

### 3. Mode ( $M_0$ )

$$M_0 = x_{M_0(\min)} + d_{M_0} \cdot \frac{F_{M_0} - F_{M_0-1}}{(F_{M_0} - F_{M_0-1}) + (F_{M_0} - F_{M_0+1})}$$

Trong đó: F là mật độ phân phối

$$F = \frac{\text{Tần số}}{\text{Trị số khoảng cách tổ}} = \frac{f_i}{d_i} \quad (i = \overline{1, n})$$

Lưu ý: tính Mode ( $M_0$ ) khi các tổ có khoảng cách đều nhau thì có thể thay F bằng  $f_i$

#### 4. Median ( $M_e$ – Số trung vị)

$$M_e = XM_{e(\min)} + dM_e \frac{\sum \frac{f}{2} - S_{M_{e-1}}}{fM_e}$$

Trong đó:  $S_{M_{e-1}}$  là tần số tích lũy của tổ trước tổ chứa  $M_e$

Tổ chứa  $M_e$  là tổ có trị số tần số tích lũy lớn hơn gần nhất với  $\frac{(\sum f + 1)}{2}$

#### 5. Tứ phân vị (Quartiles)

$Q_1$ : tứ phân vị thứ nhất là giá trị đứng ở vị trí  $\frac{(\sum f + 1)}{4}$ , là phân vị thứ 25.

$Q_2$ : tứ phân vị thứ hai là giá trị đứng ở vị trí  $\frac{(\sum f + 1)}{2}$ , là phân vị thứ 50.

$Q_3$ : tứ phân vị thứ ba là giá trị đứng ở vị trí  $\frac{3(\sum f + 1)}{4}$ , là phân vị thứ 75.

Ta có:

$$Q_1 = X_{Q_{1\min}} + h_{Q_1} \cdot \frac{\frac{1}{4} \sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}}$$

$$Q_3 = X_{Q_{3\min}} + h_{Q_3} \cdot \frac{\frac{3}{4} \sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}}$$

#### 6. Các đặc trưng đo lường độ phân tán (Độ biến thiên của tiêu thức)

##### 6.1 Khoảng biến thiên (Range - toàn cự)

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

Khoảng biến thiên càng nhỏ thì tổng thể càng đồng đều, số trung bình càng có tính đại diện cao và ngược lại. Tuy nhiên khoảng biến thiên chưa phản ánh một cách đầy đủ độ phân tán của tất cả các quan sát.

##### 6.2 Độ trải giữa (Interquartile Range)

$$R_Q = Q_3 - Q_1$$

Độ trải giữa càng lớn, mức độ biến thiên của các biến càng lớn.

##### 6.3 Độ lệch tuyệt đối bình quân (Mean absolute deviation)

$$MD = \frac{\sum |x_i - \mu|}{N} \text{ hoặc } \bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i}$$

Độ lệch tuyệt đối bình quân càng nhỏ, tổng thể càng đồng đều, do đó tính chất đại biểu của số trung bình càng cao. Độ lệch tuyệt đối bình quân có ưu điểm hơn khoảng biến thiên và độ trải giữa vì nó xét đến tất cả các lượng biến trong dãy số.

#### 6.4 Phương sai mẫu (variance)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} \text{ hoặc } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Phương sai mẫu hiệu chỉnh

$$\hat{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1} \text{ hoặc } \hat{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1}$$

Phương sai mẫu hiệu chỉnh được sử dụng nhiều trong thống kê suy diễn, như ước lượng, kiểm định (chương 7). Phương sai có giá trị nhỏ cho biết dãy số phân tán (biến thiên) ít.

#### 6.5 Độ lệch chuẩn mẫu và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh (Standard deviation)

$$s = \sqrt{s^2}; \hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2}$$

Độ lệch chuẩn càng nhỏ, dãy số phân tán càng ít.

#### 6.6 Hệ số biến thiên (Coefficient of variation)

$$CV = \frac{\hat{s}}{\bar{x}} \cdot 100 (\%)$$

Hệ số biến thiên được dùng để so sánh độ phân tán giữa các hiện tượng có đơn vị tính khác nhau, hoặc giữa các hiện tượng cùng loại nhưng có số trung bình không bằng nhau.

#### 6.7 Khảo sát hình dáng phân phối của dãy số

Phân phối đối xứng khi:  $\bar{x} = M_e = M_0$

Phân phối lệch phải khi:  $\bar{x} > M_e > M_0$

Phân phối lệch trái khi:  $\bar{x} < M_e < M_0$

Ngoài ra người ta còn dùng đại lượng **Skewness** là một đại lượng đo lường mức độ lệch của phân phối về một trong hai phía, còn được gọi là hệ số bất đối xứng.

$$SK_1 = \frac{3(\text{Mean} - \text{Median})}{\hat{s}} = \frac{3(\bar{x} - M_e)}{\hat{s}}$$

Nếu phân phối đối xứng: Skewness = 0

Nếu phân phối lệch phải: Skewness > 0

Nếu phân phối lệch trái: Skewness < 0

**Lưu ý:** Nếu đề bài không đề cập đến phương sai, khi tính độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh có thể ký hiệu là  $s$  và công thức không thay đổi.

## CHƯƠNG 5: CHUỖI SỐ THỜI GIAN (TIMES SERIES)

t	$t_1$	$t_2$	$t_3$	...	$t_n$
y	$y_1$	$y_2$	$y_3$	...	$y_n$

### I. CÁC CHỈ TIÊU MÔ TẢ DÃY SỐ THỜI GIAN

#### 1. Mức độ bình quân theo thời gian

- Đối với dãy số thời kỳ:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

- Đối với dãy số thời điểm:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2}}{n - 1}$$

- Đối với dãy số thời điểm có khoảng cách không đều nhau:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

#### 2. Lượng tăng (giảm) tuyệt đối

- Lượng tăng (giảm) tuyệt đối liên hoàn:  $\delta_i = y_i - y_{i-1}$ ,  $i = 2, 3 \dots$
- Lượng tăng (giảm) tuyệt đối định gốc:  $\Delta_i = y_i - y_1$ ,  $i = 2, 3 \dots$

$$\Rightarrow \Delta_n = \sum_{i=2}^n \delta_i$$

- Lượng tăng (giảm) tuyệt đối trung bình:

$$\bar{\delta} = \frac{\sum_{i=2}^n \delta_i}{n - 1} = \frac{\Delta_n}{n - 1} = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$$

#### 3. Tốc độ phát triển

- Tốc độ phát triển liên hoàn:  $t_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ ,  $i = 2, 3 \dots$
- Tốc độ phát triển định gốc:  $T_i = \frac{y_i}{y_1}$ ,  $i = 2, 3 \dots$

$$\Rightarrow T_n = \prod_{i=2}^n t_i \text{ và } \frac{T_i}{T_{i-1}} = t_i, \quad i = 2, 3 \dots$$

- Tốc độ phát triển trung bình (số trung bình nhân – Geometric Mean):

$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\prod_{i=2}^n t_i} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$$

#### 4. Tốc độ tăng (giảm)

- Tốc độ tăng (giảm) liên hoàn:  $a_i = \frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} = \frac{\delta_i}{y_{i-1}} = t_i - 1, i = \overline{2, n}$
- Tốc độ tăng (giảm) định gốc:  $A_i = \frac{y_i - y_1}{y_1} = \frac{\Delta_i}{y_1} = T_i - 1, i = \overline{2, n}$
- Tốc độ tăng (giảm) trung bình:

$$\bar{a} = \bar{t} - 1 \text{ (tính theo số lần)}$$

$$\bar{a} = \bar{t} - 100 \text{ (tính theo phần trăm)}$$

#### 5. Giá trị tuyệt đối của 1% tăng (giảm)

$$g_i = \frac{\delta_i}{a_i(\%)} = \frac{y_i - y_{i-1}}{\frac{y_i - y_{i-1}}{y_{i-1}} \cdot 100} = \frac{y_{i-1}}{100}$$

## II. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP BIỂU HIỆN XU HƯỚNG BIẾN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA HIỆN TƯỢNG

### 1. Phương pháp số bình quân trượt (trung bình di động)

Là số bình quân cộng của một nhóm nhất định các mức độ của dãy số được tính bằng cách lần lượt loại trừ dần các mức độ đầu, đồng thời thêm vào các mức độ tiếp theo, sao cho tổng lượng các mức độ tham gia tính số bình quân cộng không thay đổi.

### 2. Phương pháp thể hiện xu hướng bằng hàm số (phương pháp đường thẳng)

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

Trong đó:  $a_0, a_1$  được xác định bằng hệ phương trình

$$\begin{cases} \sum y = n a_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases}$$

### 3. Phân tích biến động thời vụ

Là phương pháp nghiên cứu xác định sự biến động một cách có quy luật vào những thời kỳ nhất định trong vòng một năm của hiện tượng kinh tế xã hội.

$$I_s = \frac{\bar{y}_i}{y_0}$$



$I_S$ : Chỉ số thời vụ của thời gian t

$\bar{y}_i$ : Số bình quân các mức độ của các thời gian có cùng tên i

$\bar{y}_0$ : Số bình quân của tất cả các mức độ trong dãy số

### III. DỰ BÁO BIẾN ĐỘNG CỦA DÃY SỐ THỜI GIAN

t	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	...	t <sub>n-1</sub>	t <sub>n</sub>	t <sub>n+1</sub>	...	t <sub>n+L</sub>
y	y <sub>1</sub>	y <sub>2</sub>	...	y <sub>n-1</sub>	y <sub>n</sub>	y <sub>n+1</sub>	...	$\hat{y}_{n+L}$
$\bar{t}$	$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}$					$\bar{t}$		
$\bar{\delta}_y$	$\bar{\delta}_y = \frac{y_n - y_1}{n - 1}$					$\bar{\delta}_y$		

Với L là tầm xa dự báo.

#### 1. Mô hình dự báo tốc độ phát triển bình quân

$$\hat{y}_{n+L} = y_n \cdot (\bar{t})^L$$

#### 2. Mô hình dự báo theo mức độ tăng, giảm tuyệt đối bình quân

$$\hat{y}_{n+L} = y_n + (\bar{\delta}_y) \cdot L$$

#### 3. Mô hình dự báo theo mô hình hồi quy đường thẳng (ngoại suy hàm xu thế tuyến tính)

$$\hat{y}_t = a_0 + a_1 \cdot t$$

## CHƯƠNG 6: CHỈ SỐ

### 1. Chỉ số cá thể

Chỉ số giá cả cá thể:  $i_p = \frac{p_1}{p_0} \cdot 100\%$

Chỉ số cá thể khối lượng:  $i_q = \frac{q_1}{q_0} \cdot 100\%$

### 2. Chỉ số tổng hợp

	Chỉ số tổng hợp giá cả (%)	Chỉ số tổng hợp khối lượng (%)
Laspeyres	$I_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i(1)} q_{i(0)}}{\sum_{i=1}^n p_{i(0)} q_{i(0)}}$	$I_q = \frac{\sum_{i=1}^n q_{i(1)} p_{i(0)}}{\sum_{i=1}^n q_{i(0)} p_{i(0)}}$
Paasche	$I_p = \frac{\sum_{i=1}^n p_{i(1)} q_{i(1)}}{\sum_{i=1}^n p_{i(0)} q_{i(1)}}$	$I_q = \frac{\sum_{i=1}^n q_{i(1)} p_{i(1)}}{\sum_{i=1}^n q_{i(0)} p_{i(1)}}$

### 3. Chỉ số không gian

Chỉ số tổng hợp giá cả không gian của thị trường A so với thị trường B:

$$I_{p(A|B)} = \frac{\sum p_A Q}{\sum p_B Q} ; Q = q_A + q_B$$

Chỉ số tổng hợp khối lượng không gian của thị trường A so với thị trường B:

$$I_{q(A|B)} = \frac{\sum q_A \bar{p}}{\sum q_B \bar{p}} ; \bar{p} = \frac{p_A q_A + p_B q_B}{q_A + q_B}$$

### 4. Hệ thống chỉ số

Là một dãy các chỉ số có mối liên hệ với nhau hợp thành một đẳng thức nhất định. Cơ sở để xây dựng một hệ thống chỉ số là dựa vào các phương trình kinh tế.

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

### 5. Vận dụng phương pháp chỉ số để phân tích biến động của chỉ tiêu trung bình và tổng lượng biến của tiêu thức

#### 5.1 Phân tích biến động của giá thành trung bình

Gọi:  $x_0, x_1$  là giá thành ở kỳ gốc và kỳ báo cáo

$\bar{x}_0, \bar{x}_1$  là giá thành bình quân ở kỳ gốc và kỳ báo cáo

$f_0, f_1$  là sản lượng ở kỳ gốc và kỳ báo cáo

Trong đó:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad \bar{x}_{01} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \quad \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1}$$

Ta có hệ thống chỉ số:

$$I_{\bar{x}} = I_x \cdot I_f$$

$$\Leftrightarrow \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_{01}} \cdot \frac{\bar{x}_{01}}{\bar{x}_0} \Leftrightarrow \frac{\frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1}}{\frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}} = \frac{\frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1}}{\frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}} \cdot \frac{\frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1}}{\frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0}}$$

## 5.2 Phân tích biến động của tổng chi phí sản xuất có sử dụng giá thành trung bình

Tổng chi phí sản xuất = Giá thành TB 1 đơn vị SP · Số SP SX

✓ Tổng quát:

$$M = \bar{x} \cdot \sum f$$

Sử dụng hệ thống chỉ số ta có:

$$I_M = I_{\bar{x}} \cdot I_{\sum f}$$

$$\Leftrightarrow \frac{M_1}{M_0} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} \cdot \frac{\sum f_1}{\sum f_0} \Leftrightarrow \frac{\bar{x}_1 \sum f_1}{\bar{x}_0 \sum f_0} = \frac{\frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \sum f_1}{\frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \sum f_0}$$

✓ Mở rộng:

1. Giá cả \* Khối lượng SP SX = Giá trị SX
2. Giá cả \* Lượng hàng hóa tiêu thụ = Mức tiêu thụ hàng hóa
3. NSLĐ bình quân \* Số CN = Giá trị SX (hoặc Khối lượng SP SX)
4. Tiền lương bình quân \* Số CN = Tổng quỹ lương
5. Giá thành 1 đơn vị SP \* Số lượng SP = Chi phí SX
6. NS bình quân lúa 1 ha \* Diện tích = Sản lượng lúa

## CHƯƠNG 7: ĐIỀU TRA CHỌN MẪU

### 1. Sai số : $\theta = \theta' + \varepsilon_M + \varepsilon_0$

Trong đó:  $\varepsilon_M$ : là sai số do chọn mẫu

$\varepsilon_0$ : là sai số không do chọn mẫu

### 2. Ước lượng trung bình của một chỉ tiêu

Có hoàn lại:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\hat{S}^2}{n}}$$

Không hoàn lại:

$$\sigma_{\bar{X}} = \sqrt{\frac{\hat{S}^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

### 3. Ước lượng tỷ lệ của một chỉ tiêu

Có hoàn lại:

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

Không hoàn lại:

$$\sigma_{\bar{p}} = \sqrt{\frac{f(1-f)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$$

### 4. Xác định phạm vi sai số

$$\varepsilon_M = (z_{\alpha/2}) \cdot \sigma$$

$$\gamma = 99,73\% \Rightarrow z_{\alpha/2} = 3$$

$$\gamma = 99\% \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2,58$$

$$\gamma = 95,5\% \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2$$

$$\gamma = 95\% \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$\gamma = 90\% \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$$

## DẠNG TOÁN TÍNH GIÁ THÀNH BÌNH QUÂN

Gọi:  $x_i$  là giá thành đơn vị sản phẩm

$f_i$  là sản lượng sản phẩm sản xuất

$d_i$  là tỉ trọng sản lượng sản xuất ( $d_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100 (\%)$ )

$x_i f_i$  là chi phí sản xuất

(nếu  $f_i$  là khối lượng sản phẩm tiêu thụ thì  $x_i f_i$  là doanh số bán hoặc doanh thu)

**Dạng 1:** Đề bài cho  $x_i$  và  $f_i$  (sử dụng số bình quân gia quyền)

$$\Rightarrow \text{giá thành bình quân: } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i}$$

**Dạng 2:** Đề bài cho  $x_i$  và  $x_i f_i$  (sử dụng số trung bình điều hòa)

$$\Rightarrow \text{giá thành bình quân: } \bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum \frac{x_i f_i}{x_i}}$$

**Dạng 3:** Đề bài cho  $x_i$  và  $d_i$

$$\Rightarrow \text{giá thành bình quân: } \bar{x} = \frac{\sum x_i d_i}{100}$$

Chứng minh:

$$\text{Ta có } d_i = \frac{f_i}{\sum f_i} \cdot 100 (\%) \Rightarrow \sum f_i = \frac{f_i}{d_i} \cdot 100$$

$$\Leftrightarrow \frac{f_1}{d_1} = \frac{f_2}{d_2} = \frac{f_3}{d_3} = \dots = \frac{f_n}{d_n} = \frac{\sum f_i}{100} \Rightarrow \begin{cases} f_2 = \frac{d_2}{d_1} f_1 \\ f_3 = \frac{d_3}{d_1} f_1 \\ \vdots \\ f_n = \frac{d_n}{d_1} f_1 \end{cases}$$

Sử dụng số bình quân gia quyền, ta có :

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{\frac{f_1}{d_1} \cdot 100} \\ &= \frac{x_1 f_1 + x_2 \left(\frac{d_2}{d_1} f_1\right) + x_3 \left(\frac{d_3}{d_1} f_1\right) + \dots + x_n \left(\frac{d_n}{d_1} f_1\right)}{\frac{f_1}{d_1} \cdot 100} \\ &= \frac{\frac{f_1}{d_1} (x_1 d_1 + x_2 d_2 + x_3 d_3 + \dots + x_n d_n)}{\frac{f_1}{d_1} \cdot 100} \\ &= \frac{(x_1 d_1 + x_2 d_2 + x_3 d_3 + \dots + x_n d_n)}{100} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i d_i)}{100}\end{aligned}$$

Hay:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i d_i}{100} \quad (\text{đpcm})$$

Lưu ý: đơn vị của  $d_i$  trong công thức trên là %.

## BÀI TẬP DẠNG TOÁN GIÁ THÀNH BÌNH QUÂN

**Bài 1** (bài 25 trang 12, phần bài tập, giáo trình Thầy Hưng):

Quý	Doanh nghiệp A		Doanh nghiệp B	
	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Chi phí sản xuất (trđ)	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Tỉ trọng sản lượng từng quý so với cả năm (%)
	$x_{i(A)}$	$x_{i(A)}f_{i(A)}$	$x_{i(B)}$	$d_{i(B)} = \frac{f_{i(B)}}{\sum_{i=1}^4 f_{i(B)}}$
I	20	10,000	19,5	16
II	21,4	13,910	20,2	35
III	19,2	13,824	20,4	30
IV	18,5	15,355	19,8	19

Tính giá thành bình quân 1 đvsp của từng doanh nghiệp?

Gọi:  $x_{i(A)}, x_{i(B)}$  lần lượt là giá thành đơn vị sản phẩm của DNA và DNB.

$f_{i(A)}, f_{i(B)}$  lần lượt là sản lượng sản phẩm sản xuất của DNA và DNB.

$d_{i(B)}$  là tỉ trọng sản lượng sản xuất từng quý so với cả năm của DNB.

$x_{i(A)}f_{i(A)}$  là chi phí sản xuất của DNA.

Giá thành bình quân 1 đvsp của doanh nghiệp A là:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{(A)} &= \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i(A)} f_{i(A)}}{\sum_{i=1}^4 \frac{x_{i(A)} f_{i(A)}}{x_{i(A)}}} = \frac{10000 + 13910 + 13824 + 15355}{\frac{10000}{20} + \frac{13910}{21,4} + \frac{13824}{19,2} + \frac{15355}{18,5}} = \frac{53089}{2700} \\ &= 19,66 \left( \frac{\text{nghìn đồng}}{\text{sp}} \right) \end{aligned}$$

Giá thành bình quân 1 đvsp của doanh nghiệp B là:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{(B)} &= \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i(B)} d_{i(B)}}{100} = \frac{19,5 \cdot 16 + 20,2 \cdot 35 + 20,4 \cdot 30 + 19,8 \cdot 19}{100} \\ &= 20,072 \left( \frac{\text{nghìn đồng}}{\text{sp}} \right) \end{aligned}$$

**Bài 2:**

Quý	Xí nghiệp X		Xí nghiệp Y	
	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Tỉ trọng sản lượng từng quý trong năm (%)	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Tỉ trọng sản lượng từng quý trong năm (%)
	$x_{i(A)}$	$d_{i(A)} = \frac{f_{i(A)}}{\sum_{i=1}^4 f_{i(A)}}$	$x_{i(B)}$	$d_{i(B)} = \frac{f_{i(B)}}{\sum_{i=1}^4 f_{i(B)}}$
I	19,5	16	20,0	18
II	20,2	35	21,4	36
III	20,4	30	19,2	29
IV	29,8	19	18,5	17

Tính giá thành bình quân 1 đvsp của từng doanh nghiệp?

Gọi:  $x_{i(X)}, x_{i(Y)}$  lần lượt là giá thành đơn vị sản phẩm của XN X và XN Y.

$f_{i(X)}, f_{i(Y)}$  lần lượt là sản lượng sản phẩm sản xuất của XN X và XN Y.

$d_{i(X)}, d_{i(Y)}$  lần lượt là tỉ trọng sản lượng sản xuất từng quý so với cả năm của DN X và DN Y.

Giá thành bình quân 1 đvsp của xí nghiệp X là:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{(X)} &= \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i(X)} d_{i(X)}}{100} = \frac{19,5 \cdot 16 + 20,2 \cdot 35 + 20,4 \cdot 30 + 19,8 \cdot 19}{100} \\ &= 21,972 \left( \frac{\text{nghìn đồng}}{sp} \right)\end{aligned}$$

Giá thành bình quân 1 đvsp của xí nghiệp Y là:

$$\begin{aligned}\bar{x}_{(Y)} &= \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i(Y)} d_{i(Y)}}{100} = \frac{20 \cdot 18 + 21,4 \cdot 36 + 19,2 \cdot 29 + 18,5 \cdot 17}{100} \\ &= 20,064 \left( \frac{\text{nghìn đồng}}{sp} \right)\end{aligned}$$

**Bài 3 (Câu 1 (3 điểm), Đề 26, Trong tập đề, đã chỉnh sửa):**

Hai doanh nghiệp cùng sản xuất loại sản phẩm X. Tài liệu về tình hình sản xuất loại sản phẩm này của 2 doanh nghiệp năm 1997 như sau:



Quý	Doanh nghiệp A		Doanh nghiệp B	
	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Chi phí sản xuất (1000đ)	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Tỉ trọng sản lượng từng quý so với cả năm (%)
	$x_{i(A)}$	$x_{i(A)}f_{i(A)}$	$x_{i(B)}$	$d_{i(B)} = \frac{f_{i(B)}}{\sum_{i=1}^4 f_{i(B)}}$
I	20,0	1000,0	19,0	16,0
II	21,0	1386,0	20,0	35,0
III	19,0	1387,0	20,0	30,0
IV	17,0	1394,0	19,0	19,0

Yêu cầu:

- Hãy tính và so sánh giá thành bình quân 1 đvsp năm 1997 của 2 doanh nghiệp trên?
- Hãy tính hệ số biến thiên về giá thành đvsp của từng doanh nghiệp và cho nhận xét. Biết thêm rằng sản lượng sản phẩm cả năm của doanh nghiệp B là 300000 sản phẩm.

**Giải:**

1) Gọi:  $x_{i(A)}, x_{i(B)}$  lần lượt là giá thành đơn vị sản phẩm của DNA và DNB.

$f_{i(A)}, f_{i(B)}$  lần lượt là sản lượng sản phẩm sản xuất của DNA và DNB.

$d_{i(B)}$  là tỉ trọng sản lượng sản xuất từng quý so với cả năm của DNB.

$x_{i(A)}f_{i(A)}$  là chi phí sản xuất của DNA.

Giá thành bình quân 1 đvsp của doanh nghiệp A là:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{(A)} &= \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i(A)}f_{i(A)}}{\sum_{i=1}^4 \frac{x_{i(A)}f_{i(A)}}{x_{i(A)}}} = \frac{1000 + 1386 + 1387 + 1394}{\frac{1000}{20} + \frac{1386}{21} + \frac{1387}{19} + \frac{1394}{17}} = \frac{5167}{271} \\ &= 19,066 \left( \frac{\text{nghìn đồng}}{\text{sp}} \right) \end{aligned}$$

Giá thành bình quân 1 đvsp của doanh nghiệp B là:

$$\begin{aligned} \bar{x}_{(B)} &= \frac{\sum_{i=1}^4 x_{i(B)}d_{i(B)}}{100} = \frac{19.16 + 20.35 + 18.30 + 19.19}{100} \\ &= 19,05 \left( \frac{\text{nghìn đồng}}{\text{sp}} \right) \end{aligned}$$

Vậy giá thành bình quân 1 đvsp năm 1997 của doanh nghiệp A cao hơn doanh nghiệp B.

2) Sản lượng sản phẩm cả năm của doanh nghiệp B là 300000 sản phẩm.

$$\Rightarrow \sum_{i=1}^4 f_{i(B)} = 300000 \text{ (sản phẩm)}$$

Doanh nghiệp A:

Quý	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Chi phí sản xuất (1000đ)	Sản lượng (1000 sản phẩm)	$[x_{i(A)} - \bar{x}_{(A)}]^2$	$[x_{i(A)} - \bar{x}_{(A)}]^2 f_{i(A)}$
	$x_{i(A)}$	$x_{i(A)} f_{i(A)}$	$f_{i(A)} = \frac{x_{i(A)} f_{i(A)}}{x_{i(A)}}$		
I	20	1000	50	0,872356	43,6178
II	21	1386	66	3,740356	246,863496
III	19	1387	73	0,004356	0,317988
IV	17	1394	82	4,268356	350,005192
	$\bar{x}_{(A)} = 19,066$		$\sum_{i=1}^4 f_{i(A)} = 271$		$\sum_{i=1}^4 [x_{i(A)} - \bar{x}_{(A)}]^2 f_{i(A)} = 640,804476$

⇒ Độ lệch chuẩn:

$$s_{(A)} = \sqrt{s_{(A)}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 [x_{i(A)} - \bar{x}_{(A)}]^2 f_{i(A)}}{\sum_{i=1}^4 f_{i(A)} - 1}} = \sqrt{\frac{640,804476}{271 - 1}} = 1,5405$$

⇒ Hệ số biến thiên của doanh nghiệp A:

$$CV_{(A)} = \frac{s_{(A)}}{\bar{x}_{(A)}} \cdot 100 = \frac{1,5405}{19,066} \cdot 100 = 8,0798 \%$$

Doanh nghiệp B:

Quý	Giá thành đơn vị sản phẩm (1000đ)	Tỉ trọng sản lượng từng quý so với cả năm (%)	Sản lượng (1000 sản phẩm)	$[x_{i(B)} - \bar{x}_{(B)}]^2$	$[x_{i(B)} - \bar{x}_{(B)}]^2 f_{i(B)}$
	$x_{i(B)}$	$d_{i(B)}$	$f_{i(B)} = \frac{d_{i(B)} \cdot \sum_{i=1}^4 f_{i(B)}}{100}$		
I	19	16	48	0,0025	0,12
II	20	35	105	0,9025	94,7625
III	18	30	90	1,1025	99,225
IV	19	19	57	0,0025	0,12
	$\bar{x}_{(B)} = 19,05$		$\sum_{i=1}^4 f_{i(B)} = 300$		$\sum_{i=1}^4 [x_{i(B)} - \bar{x}_{(B)}]^2 f_{i(B)} = 194,2275$

⇒ Độ lệch chuẩn:

$$s_{(B)} = \sqrt{s_{(B)}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^4 [x_{i(B)} - \bar{x}_{(B)}]^2 f_{i(B)}}{\sum_{i=1}^4 f_{i(B)} - 1}} = \sqrt{\frac{194,2275}{300 - 1}} = 0,8059$$

⇒ Hệ số biến thiên của doanh nghiệp B:

$$CV_{(B)} = \frac{s_{(B)}}{\bar{x}_{(B)}} \cdot 100 = \frac{0,8059}{19,05} \cdot 100 = 4,2304 \%$$

Vậy  $CV_{(A)} > CV_{(B)}$ , chứng tỏ giá thành 1 đvsp của doanh nghiệp A qua từng quý chênh lệch nhiều hơn so với doanh nghiệp B.

## BÀI TẬP CHƯƠNG CHỈ SỐ

**Bài 1:** Tài liệu về tình hình sản xuất 3 loại sản phẩm A, B, C của doanh nghiệp X 6 tháng đầu năm 2010:

Sản phẩm	Chi phí sản xuất quý II (triệu đồng) $p_1q_1$	Giá thành đơn vị sản phẩm quý II tăng (+) giảm (-) so với quý I (%)	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$
A	1142	-2	0,98
B	2855	+1,5	1,015
C	1713	+2,1	1,021

Tổng chi phí quý II so với quý I tăng 14,2%.

- a. Tính chỉ số giá thành chung cho ba mặt hàng A, B, C khi so sánh quý II so với quý I.
- b. Tính chỉ số tổng hợp về khối lượng hàng hóa A, B, C khi so sánh quý II so với quý I.
- c. Phân tích biến động chi phí sản xuất ảnh hưởng bởi các yếu tố có liên quan.

**Giải:**

Gọi:

$p_0, p_1$  lần lượt là giá thành ba mặt hàng A, B, C của quý I và quý II.

$q_0, q_1$  lần lượt là khối lượng hàng hóa của quý I và quý II.

- a. Chỉ số giá thành chung cho ba mặt hàng A, B, C khi so sánh quý II so với quý I là:

$$\begin{aligned}
 I_p &= \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \left(\frac{p_0}{p_1} p_1 q_1\right)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \left(\frac{1}{i_p} p_1 q_1\right)} \\
 &= \frac{1142 + 2855 + 1713}{\frac{1}{0,98} \cdot 1142 + \frac{1}{1,015} \cdot 2855 + \frac{1}{1,021} \cdot 1713} = 1,0095
 \end{aligned}$$

Vậy giá thành chung cho ba mặt hàng A, B, C quý II tăng 0,95% so với quý I.

- b. Chỉ số tổng hợp về khối lượng hàng hóa A, B, C khi so sánh quý II so với quý I là:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Từ câu a ta tính được:

$$\sum p_0 q_1 = \frac{\sum p_1 q_1}{I_p} = \frac{1142 + 2855 + 1713}{1,0095} = \frac{5710}{1,0095} = 5656$$

Mặc khác theo đề bài, ta có:

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = 1,142 \Rightarrow \sum p_0 q_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{1,142} = \frac{5710}{1,142} = 5000$$

$$\Rightarrow I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{5656}{5000} = 1,1312$$

Vậy khối lượng hàng hóa A, B, C quý II tăng 13,12% so với quý I.

c. Phân tích biến động chi phí sản xuất:

$$\begin{aligned} I_{pq} &= I_p \cdot I_q \\ \Leftrightarrow \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} &= \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \\ \Leftrightarrow \frac{5710}{5000} &= \frac{5710}{5656} \cdot \frac{5656}{5000} \\ \Leftrightarrow 1,142 &= 1,0095 \cdot 1,1312 \\ \Leftrightarrow 114,2\% &= 100,95\% \cdot 113,12\% \end{aligned}$$

Tăng giảm tuyệt đối :

$$\begin{aligned} [\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0] &= [\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1] + [\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0] \\ \Leftrightarrow [5710 - 5000] &= [5710 - 5656] + [5656 - 5000] \\ \Leftrightarrow (710 \text{ triệu đồng}) &= (54 \text{ triệu đồng}) + (656 \text{ triệu đồng}) \end{aligned}$$

Tăng giảm tương đối :

$$\begin{aligned} \frac{[\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0]}{\sum p_0 q_0} &= \frac{[\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1]}{\sum p_0 q_0} + \frac{[\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0]}{\sum p_0 q_0} \\ \Leftrightarrow \frac{[5710 - 5000]}{5000} &= \frac{[5710 - 5656]}{5000} + \frac{[5656 - 5000]}{5000} \\ \Leftrightarrow (0,142) &= (0,0108) + (0,1312) \\ \Leftrightarrow 14,2\% &= 1,08\% + 13,12\% \end{aligned}$$

Nhận xét : Tổng chi phí sản xuất ba mặt hàng A, B, C quý II so với quý I bằng 114,2%, tức là tăng 14,2%, tương ứng tăng 710 triệu đồng là do ảnh hưởng của hai nhân tố:

- Do giá thành chung cho ba mặt hàng A, B, C quý II so với quý I tăng 0,95%, làm cho chi phí sản xuất tăng 1,08%, tương ứng tăng 54 triệu đồng.
- Do khối lượng hàng hóa A, B, C quý II so với quý I tăng 13,12%, làm cho chi phí sản xuất tăng 13,12%, tương ứng tăng 656 triệu đồng.

**Bài 2:** Có tình hình thực hiện giá thành ở 1 xí nghiệp công ty như sau:

Tên sản phẩm	Tỷ trọng về CPSX của từng loại sp trong tổng CPSX		Tỷ lệ giảm giá thành đơn vị sp (-) so vs kế hoạch (%)	$i_p = \frac{p_1}{p_0}$
	KH (%)	TH (%)		
	$d_0 = \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot 100$	$d_1 = \frac{p_1 q_1}{\sum p_1 q_1} \cdot 100$		
A	40	36	-10	0,9
B	50	50,6	-8	0,92
C	10	13,4	-5	0,95

- Tính chỉ số giá chung về giá thành đvsp của cả 3 loại sp nói trên (khi so sánh thực tế vs kế hoạch).
- Kế hoạch giảm giá thành xí nghiệp vượt mức bao nhiêu? Tính mức tiết kiệm chi phí do giảm giá thành đơn vị sản phẩm đem lại? Biết thêm rằng: tổng chi phí sản xuất thực hiện là 124 triệu đồng.

**Giải:**

Gọi

$p_0, p_1$  lần lượt là giá thành kế hoạch và thực tế

$q_0, q_1$  lần lượt là khối lượng hàng hóa kế hoạch và thực tế

- Chỉ số giá chung về giá thành đvsp của cả 3 loại sp nói trên (khi so sánh thực tế vs kế hoạch) là:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \left(\frac{p_0}{p_1} p_1 q_1\right)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \left(\frac{1}{i_p} p_1 q_1\right)} = \frac{1}{\frac{\sum \left(\frac{1}{i_p} p_1 q_1\right)}{\sum p_1 q_1}} = \frac{1}{\sum \left(\frac{1}{i_p} d_1\right)}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{0,9} \cdot 0,36 + \frac{1}{0,92} \cdot 0,506 + \frac{1}{0,95} \cdot 0,134} = 0,9165$$

Vậy giá thành đvsp thực tế giảm 8,35% so với kế hoạch.

- Kế hoạch giảm giá thành của xí nghiệp đã hoàn thành vượt mức là 8,35%.

Tổng chi phí sản xuất thực hiện là:  $\sum p_1 q_1 = 124$  (triệu đồng)

$$\Rightarrow \sum p_0 q_1 = \frac{\sum p_1 q_1}{I_p} = \frac{124}{0,9165} = 135,2973 \text{ (triệu đồng)}$$

Tăng giảm tuyệt đối (giá thành):

$$\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 124 - 135,2973 = -11,2973 \text{ (triệu đồng)}$$

Vậy mức tiết kiệm chi phí do giảm giá thành đơn vị là 11,2973 triệu đồng.

**Bài 3:** Tình hình sản xuất của hai phân xưởng của một xí nghiệp như sau, biết rằng sản lượng thực tế so với kế hoạch tăng 10,64%.

Phân xưởng	Sản lượng kế hoạch (chiếc) $p_0 q_0$	Tỷ lệ giảm công nhân thực tế so với kế hoạch (%)	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$
A	1000	-10	0,9
B	800	-5	0,95

- Phân tích biến động công nhân toàn xí nghiệp ở kỳ báo cáo so với kế hoạch.
- Tính chỉ số năng suất lao động bình quân kỳ báo cáo so với kế hoạch.
- Phân tích biến động sản lượng ảnh hưởng bởi các yếu tố có liên quan.

**Giải:**

Gọi  $p_0, p_1$  là năng suất lao động bình quân một công nhân kế hoạch và kỳ báo cáo

$q_0, q_1$  là số công nhân kế hoạch và kỳ báo cáo

(Khối lượng sản phẩm SX (sản lượng) = NSLĐ bình quân \* Số CN)

a) Phân tích biến động công nhân toàn xí nghiệp ở kỳ báo cáo so với kế hoạch:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum \left( \frac{q_1}{q_0} \cdot q_0 p_0 \right)}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum (i_q \cdot q_0 p_0)}{\sum q_0 p_0} = \frac{0,9 \cdot 1000 + 0,95 \cdot 800}{1000 + 800} = 0,92$$

Vậy công nhân ở kỳ báo cáo giảm 8%.

b) Từ câu a, ta có:

$$\sum p_0 q_1 = I_q \cdot \sum p_0 q_0 = 0,92 \cdot (1000 + 800) = 1656$$

Theo đề bài ta có:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = 110,64 \% = 1,1064$$

$$\Rightarrow \sum p_1 q_1 = I_{pq} \cdot \sum p_0 q_0 = 1,1064 \cdot (1000 + 800) = 1991,52$$

Chỉ số năng suất lao động bình quân kỳ báo cáo so với kế hoạch là:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1991,52}{1656} = 1,2$$

Vậy năng suất lao động bình quân kỳ báo cáo tăng 20% so với kế hoạch.

c) Ta có hệ thống chỉ số thể hiện biến động của sản lượng SPSX :

$$\begin{aligned} I_{pq} &= I_p \cdot I_q \\ \Leftrightarrow \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} &= \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \\ \Leftrightarrow \frac{1991,52}{1800} &= \frac{1991,52}{1656} \cdot \frac{1656}{1800} \\ \Leftrightarrow 1,1064 &= 1,2 \cdot 0,92 \\ \Leftrightarrow 110,64 \% &= 120 \% \cdot 92 \% \end{aligned}$$

Tăng giảm tuyệt đối :

$$\begin{aligned} \left[ \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \right] &= \left[ \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \right] + \left[ \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \right] \\ \Leftrightarrow [1991,52 - 1800] &= [1991,52 - 1656] + [1656 - 1800] \\ \Leftrightarrow (191,52 \text{ chiếc}) &= (335,52 \text{ chiếc}) + (-144 \text{ chiếc}) \end{aligned}$$

Tăng giảm tương đối :

$$\begin{aligned} \frac{\left[ \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \right]}{\sum p_0 q_0} &= \frac{\left[ \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \right]}{\sum p_0 q_0} + \frac{\left[ \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \right]}{\sum p_0 q_0} \\ \Leftrightarrow \frac{[1991,52 - 1800]}{1800} &= \frac{[1991,52 - 1656]}{1800} + \frac{[1656 - 1800]}{1800} \\ \Leftrightarrow (0,1064) &= (0,1864) + (-0,08) \\ \Leftrightarrow 10,64 \% &= 18,64 \% + (-8 \%) \end{aligned}$$

Nhận xét: Sản lượng SPSX của hai phân xưởng thực tế so với kế hoạch bằng 110,64%, tức là tăng 10,64%, tương ứng tăng 191,52 chiếc là do ảnh hưởng của hai nhân tố:

- Do năng suất lao động bình quân của kỳ báo cáo so với kế hoạch tăng 20%, làm cho sản lượng SPSX tăng 18,64%, tương ứng tăng 335,52 chiếc.
- Do số công nhân của kỳ báo cáo so với kế hoạch giảm 8%, làm cho sản lượng SPSX giảm 8%, tương ứng giảm 144 chiếc.

**Bài 4:** Có số liệu về giá cả và lượng hàng hóa tiêu thụ tại một thị trường như sau:

Sản phẩm	Đơn vị tính	Năm 2011		Năm 2012	
		Giá đơn vị (1000đ) $p_0$	Lượng hàng tiêu thụ $q_0$	Giá đơn vị (1000đ) $p_1$	Lượng hàng tiêu thụ $q_1$
A	Kg	20	2145	20,5	2500
B	Lít	25	1500	28	1560
C	Mét	36	2450	35	3010
D	Gói	11	1126	10	1523
E	Cái	16	256	16,5	360

- Tính chỉ số chung về giá cả của 5 mặt hàng trên.
- Tính chỉ số chung về lượng hàng hóa tiêu thụ của 5 mặt hàng trên.
- Phân tích sự thay đổi tổng mức tiêu thụ hàng hóa của 5 mặt hàng năm 2012 so với năm 2011 do ảnh hưởng bởi 2 nhân tố: giá cả và lượng hàng hóa tiêu thụ.

**Giải:**

Gọi  $p_0, p_1$  lần lượt là giá cả 5 mặt hàng của năm 2011 và năm 2012.

$q_0, q_1$  lần lượt là lượng hàng hóa tiêu thụ của 5 mặt hàng của năm 2011 và năm 2012.

- Chỉ số chung về giá cả của 5 mặt hàng trên là:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{20,5 \cdot 2500 + 28 \cdot 1560 + 35 \cdot 3010 + 10 \cdot 1523 + 16,5 \cdot 360}{20 \cdot 2500 + 25 \cdot 1560 + 36 \cdot 3010 + 11 \cdot 1523 + 16 \cdot 360} = \frac{221450}{219873} = 1,0072 = 100,72\%$$

Vậy giá cả 5 mặt hàng của năm 2012 so với năm 2011 tăng 0,72%.

- Chỉ số chung về lượng hàng hóa tiêu thụ của 5 mặt hàng trên là:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{2500 \cdot 20 + 1560 \cdot 25 + 3010 \cdot 36 + 1523 \cdot 11 + 360 \cdot 16}{2145 \cdot 20 + 1500 \cdot 25 + 2450 \cdot 36 + 1126 \cdot 11 + 256 \cdot 16} = \frac{219873}{185082} = 1,1879 = 118,79\%$$

Vậy lượng hàng hóa tiêu thụ của 5 mặt hàng của năm 2012 so với năm 2011 tăng 18,79%.



c. Phân tích sự thay đổi tổng mức tiêu thụ hàng hóa của 5 mặt hàng năm 2012 so với năm 2011 do ảnh hưởng bởi 2 nhân tố: giá cả và lượng hàng hóa tiêu thụ.

Ta có hệ thống chỉ số:

$$\begin{aligned}
 I_{pq} &= I_p \cdot I_q \\
 \Leftrightarrow \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} &= \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \\
 \frac{221450}{185082} &= \frac{221450}{219873} \cdot \frac{219873}{185082} \\
 \Leftrightarrow 1,1965 &= 1,0072 \cdot 1,1879 \\
 \Leftrightarrow 119,65\% &= 100,72\% \cdot 118,79\% \\
 &(+19,65\%) \quad (+0,72\%) \quad (+18,79\%)
 \end{aligned}$$

Tăng giảm tuyệt đối :

$$\begin{aligned}
 [\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0] &= [\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1] + [\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0] \\
 \Leftrightarrow [221450 - 185082] &= [221450 - 219873] + [219873 - 185082] \\
 \Leftrightarrow (36368 \text{ ngàn đồng}) &= (1577 \text{ ngàn đồng}) + (34791 \text{ ngàn đồng})
 \end{aligned}$$

Tăng giảm tương đối :

$$\begin{aligned}
 \frac{[\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0]}{\sum p_0 q_0} &= \frac{[\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1]}{\sum p_0 q_0} + \frac{[\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0]}{\sum p_0 q_0} \\
 \Leftrightarrow \frac{[221450 - 185082]}{185082} &= \frac{[221450 - 219873]}{185082} + \frac{[219873 - 185082]}{185082} \\
 \Leftrightarrow (0,1965) &= (0,0085) + (0,1879) \\
 \Leftrightarrow (19,65\%) &= (0,85\%) + (18,79\%)
 \end{aligned}$$

Nhận xét : Tổng mức tiêu thụ hàng hóa của 5 mặt hàng năm 2012 so với năm 2011 bằng 119,65 %, tức là tăng 19,65 %, tương ứng tăng 36368 ngàn đồng là do ảnh hưởng của hai nhân tố:

- Do giá cả 5 mặt hàng của năm 2012 so với năm 2011 tăng 0,72%, làm cho tổng mức tiêu thụ hàng hóa tăng 0,85%, tương ứng tăng 1577 ngàn đồng.
- Do lượng hàng hóa tiêu thụ của 5 mặt hàng của năm 2012 so với năm 2011 tăng 18,79%, làm cho tổng mức tiêu thụ hàng hóa tăng 18,79%, tương ứng tăng 34791 ngàn đồng.

**Bài 5:** Tình hình biến động quỹ lương của 4 phân xưởng qua hai năm của một xí nghiệp như sau, biết rằng tổng quỹ lương năm 2008 tăng 10% so với năm 2007

Phân xưởng	Tổng quỹ tiền lương năm 2008 (trđ)	Tỷ trọng tổng quỹ lương năm 2007 (%)	Tỷ trọng tăng số công nhân năm 2008 so với năm 2007 (%)	
	$p_1 q_1$	$d_i = \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$	$i_q (\%) - 100 (\%)$	$i_q = \frac{q_1}{q_0}$
A	264	20	16	1,16

B	132	15	20	1,2
C	528	35	10	1,1
D	396	30	25	1,25
	$\sum p_1 q_1 = 1320$			

- a. Phân tích biến động số công nhân năm 2008 so với năm 2007.  
b. Phân tích biến động tổng quỹ lương qua hai năm.

**Giải:**

Gọi:

$p_0, p_1$  lần lượt là tiền lương bình quân một công nhân năm 2007 và năm 2008

$q_0, q_1$  lần lượt là số công nhân năm 2007 và năm 2008

(Tổng quỹ lương = tiền lương bình quân 1 CN \* Số CN)

Theo đề bài ta có:

$$\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = 1,1 \Rightarrow \sum p_0 q_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{1,1} = \frac{1320}{1,1} = 1200$$

⇒ Quỹ tiền lương năm 2007 của từng phân xưởng được tính như sau :

$$p_0 q_0 = d_i \cdot \sum p_0 q_0$$

- a. Biến động của số công nhân qua 2 năm là:

$$\begin{aligned} I_q &= \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum \left(\frac{q_1}{q_0} \cdot q_0 p_0\right)}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum (i_q \cdot q_0 p_0)}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum [i_q \cdot (d_i \cdot \sum p_0 q_0)]}{\sum q_0 p_0} \\ &= \sum i_q d_i = 1,16 \cdot 0,2 + 1,2 \cdot 0,15 + 1,1 \cdot 0,35 + 1,25 \cdot 0,3 = 1,172 \end{aligned}$$

Vậy số công nhân năm 2008 tăng 17,2% so với năm 2007.

- b. Từ câu a, ta có

$$\sum p_0 q_1 = I_q \cdot \sum p_0 q_0 = 1,172 \cdot (1200) = 1406,4$$

Phân tích biến động Quỹ lương:

$$\begin{aligned} I_{pq} &= I_p \cdot I_q \\ \Leftrightarrow \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} &= \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \cdot \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \\ \frac{1320}{1200} &= \frac{1320}{1406,4} \cdot \frac{1406,4}{1200} \\ \Leftrightarrow 1,1 &= 0,9385 \cdot 1,172 \\ \Leftrightarrow 110 \% &= 93,85 \% \cdot 117,2 \% \end{aligned}$$

Tăng giảm tuyệt đối :

$$\begin{aligned} \left[ \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 \right] &= \left[ \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 \right] + \left[ \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 \right] \\ \Leftrightarrow [1320 - 1200] &= [1320 - 1406,4] + [1406,4 - 1200] \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow (120 \text{ triệu đồng}) = (-86,4 \text{ triệu đồng}) + (206,4 \text{ triệu đồng})$$

Tăng giảm tương đối :

$$\frac{[\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0]}{\sum p_0 q_0} = \frac{[\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1]}{\sum p_0 q_0} + \frac{[\sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0]}{\sum p_0 q_0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{[1320 - 1200]}{1200} = \frac{[1320 - 1406,4]}{1200} + \frac{[1406,4 - 1200]}{1200}$$

$$\Leftrightarrow (0,1) = (-0,072) + (0,172)$$

$$\Leftrightarrow 10 \% = -7,2 \% + 17,2 \%$$

Nhận xét: Tổng quỹ lương của 4 phân xưởng năm 2008 so với năm 2007 bằng 110%, tức là tăng 10%, tương ứng tăng 120 triệu đồng, là do ảnh hưởng của hai nhân tố:

- Do tiền lương bình quân 1 công nhân của năm 2008 so với năm 2007 giảm 6,15%, làm cho tổng quỹ lương giảm 7,2%, tương ứng giảm 86,4 triệu đồng.
- Do số công nhân năm 2008 so với năm 2007 tăng 17,2%, làm cho tổng quỹ lương tăng 17,2%, tương ứng tăng 206,4 triệu đồng.

#### Bài 6:

Tài liệu về giá cả và khối lượng hàng hóa tiêu thụ của 3 mặt hàng tại hai thành phố trong cùng một kỳ như sau:

Loại hàng	Thành phố X		Thành phố Y	
	Đơn giá (1000đ/kg)	Lượng hàng tiêu thụ (tấn)	Đơn giá (1000đ/kg)	Lượng hàng tiêu thụ (tấn)
A	5,0	250	4,8	262
B	4,6	430	4,9	392
C	6,9	187	6,8	213

**Yêu cầu:** Bằng phương pháp chỉ số hãy so sánh giá cả, khối lượng hàng tiêu thụ của 3 mặt hàng trên giữa hai thành phố?

#### Giải:

- Chỉ số tổng hợp giá cả không gian của thành phố X so với thành phố Y:

$$I_{p(X|Y)} = \frac{\sum p_X Q}{\sum p_Y Q} \text{ trong đó } Q = q_X + q_Y$$

Theo đề bài ta có:

$$Q_A = q_{X(A)} + q_{Y(A)} = 250 + 262 = 512$$

$$Q_B = q_{X(B)} + q_{Y(B)} = 430 + 392 = 822$$

$$Q_C = q_{X(C)} + q_{Y(C)} = 187 + 213 = 400$$

$$\Rightarrow I_{p(X|Y)} = \frac{\sum p_X Q}{\sum p_Y Q} = \frac{5.512 + 4,6.822 + 6,9.400}{4,8.512 + 4,9.822 + 6,8.400} = 0,9886$$

Vậy giá thành của thành phố X thấp hơn so với thành phố Y 1,14%.

- Chỉ số tổng hợp khối lượng không gian của thành phố X so với thành phố Y:

$$I_{q(X|Y)} = \frac{\sum q_X \bar{p}}{\sum q_Y \bar{p}} \text{ trong đó } \bar{p} = \frac{p_X q_X + p_Y q_Y}{q_X + q_Y}$$

Theo đề bài ta có:

$$\bar{p}_A = \frac{p_{X(A)} q_{X(A)} + p_{Y(A)} q_{Y(A)}}{q_{X(A)} + q_{Y(A)}} = \frac{5.250 + 4.8.262}{250 + 262} = 4,8976$$

$$\bar{p}_B = \frac{p_{X(B)} q_{X(B)} + p_{Y(B)} q_{Y(B)}}{q_{X(B)} + q_{Y(B)}} = \frac{4.6.430 + 4.9.392}{430 + 392} = 4,743$$

$$\bar{p}_C = \frac{p_{X(C)} q_{X(C)} + p_{Y(C)} q_{Y(C)}}{q_{X(C)} + q_{Y(C)}} = \frac{6.9.187 + 6.8.213}{187 + 213} = 6,8467$$

$$\Rightarrow I_{q(X|Y)} = \frac{\sum q_X \bar{p}}{\sum q_Y \bar{p}} = \frac{250.4,8976 + 430.4,743 + 187.6,8467}{262.4,8976 + 392.4,743 + 213.6,8467} = 0,9877$$

Vậy sản lượng của thành phố X thấp hơn so với thành phố Y 1,23%.

**Bài 7:** Xí nghiệp có 3 phân xưởng cùng sản xuất một loại sản phẩm T

Phân xưởng	Kỳ gốc		Kỳ báo cáo	
	Sản lượng (cái)	Giá thành đvsp (ngđ/cái)	Sản lượng (cái)	Giá thành đvsp (ngđ/cái)
A	1000	10	8000	9
B	2500	12	3000	11,5
C	4500	13	1000	12,5
$\Sigma$	8000		12000	

Yêu cầu:

- Phân tích sự biến động của giá thành trung bình do ảnh hưởng bởi các nhân tố liên quan.
- Phân tích sự biến động của tổng chi phí sản xuất có liên quan đến biến động của giá thành trung bình.

**Giải:**

Gọi:  $x_0, x_1$  là giá thành ở kỳ gốc và kỳ báo cáo

$\bar{x}_0, \bar{x}_1$  là giá thành bình quân ở kỳ gốc và kỳ báo cáo

$f_0, f_1$  là sản lượng ở kỳ gốc và kỳ báo cáo

Trong đó:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} \quad \bar{x}_{01} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \quad \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1}$$

Ta có:

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{10.1000 + 12.2500 + 13.4500}{8000} = 12,31$$

$$\bar{x}_{01} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{10.8000 + 12.3000 + 13.1000}{12000} = 10,75$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} = \frac{9.8000 + 11,5.3000 + 12,5.1000}{12000} = 9,92$$

a) Phân tích sự biến động của giá thành trung bình, ta có hệ thống chỉ số:

$$\begin{aligned} I_{\bar{x}} &= I_x \cdot I_f \\ \Leftrightarrow \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} &= \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_{01}} \cdot \frac{\bar{x}_{01}}{\bar{x}_0} \\ \Leftrightarrow \frac{9,92}{12,31} &= \frac{9,92}{10,75} \cdot \frac{10,75}{12,31} \\ \Leftrightarrow 0,806 &= 0,9228 \cdot 0,873 \\ \Leftrightarrow 80,6\% &= 92,28\% \cdot 87,3\% \\ \Leftrightarrow (-19,4\%) &(-7,72\%) (-12,7\%) \end{aligned}$$

Nhận xét: Giá thành trung bình ở kỳ báo cáo so với kỳ gốc bằng 80,6%, tức là giảm 19,4%.

b) Phân tích sự biến động của tổng chi phí sản xuất, ta có hệ thống chỉ số:

$$\begin{aligned} I_M &= I_{\bar{x}} \cdot I_{\sum f} \\ \Leftrightarrow \frac{M_1}{M_0} &= \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} \cdot \frac{\sum f_1}{\sum f_0} \Leftrightarrow \frac{\bar{x}_1 \sum f_1}{\bar{x}_0 \sum f_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0} \cdot \frac{\sum f_1}{\sum f_0} \\ \Leftrightarrow \frac{9,92.12000}{12,31.8000} &= \frac{9,92}{12,31} \cdot \frac{12000}{8000} \\ \Leftrightarrow 1,2088 &= 0,806 \cdot 1,5 \\ \Leftrightarrow 120,88\% &= 80,6\% \cdot 150\% \\ \Leftrightarrow (+20,88\%) &= (-19,4\%) \cdot (+50\%) \end{aligned}$$

Tăng giảm tuyệt đối :

$$\begin{aligned} [M_1 - M_0] &= [\bar{x}_1 - \bar{x}_0] \sum f_1 + [\sum f_1 - \sum f_0] \bar{x}_0 \\ \Leftrightarrow [9,92.12000 - 12,31.8000] & \\ &= [9,9167 - 12,31]. 12000 + [12000 - 8000]. 12,31 \\ \Leftrightarrow (20560 \text{ triệu đồng}) &= (-28680 \text{ triệu đồng}) + (49240 \text{ triệu đồng}) \end{aligned}$$

Tăng giảm tương đối :

$$\frac{[M_1 - M_0]}{M_0} = \frac{[\bar{x}_1 - \bar{x}_0] \sum f_1}{M_0} + \frac{[\sum f_1 - \sum f_0] \bar{x}_0}{M_0}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \frac{[9,92.12000 - 12,31.8000]}{12,31.8000} \\ &= \frac{[9,9167 - 12,31].12000}{12,31.8000} + \frac{[12000 - 8000].12,31}{12,31.8000} \\ &\Leftrightarrow (0,2088) = (-0,2912) + (0,5) \\ &\Leftrightarrow 20,88\% = -29,12\% + 50\% \end{aligned}$$

Nhận xét: Tổng chi phí sản xuất của 3 phân xưởng kỳ báo cáo so với kỳ gốc tăng 20,88%, tương ứng tăng 20560 triệu đồng, là do ảnh hưởng bởi hai nhân tố:

- Do giá thành trung bình của 3 phân xưởng giảm 19,4% làm cho tổng chi phí sản xuất giảm 29,12%, tương ứng giảm 28680 triệu đồng.
- Do sản lượng sản phẩm sản xuất của 3 phân xưởng ở kỳ báo cáo so với kỳ gốc tăng 50%, tương ứng tăng 49240 triệu đồng.

PHAN CHÂU THÔNG 12DQH

## BÀI TẬP DÃY SỐ THỜI GIAN

**Bài 1:** Có tài liệu về doanh số (tỷ đồng) một công ty qua các năm như sau

2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013
6,7	7,1	8,5	9,0	11,25	11,7	14,00	15,4	18,10	23,5

*Chú ý : Dữ liệu năm 2013 chỉ dùng để dự báo.*

- a. Lập bảng thống kê tính lượng tăng tuyệt đối, lượng tăng tuyệt đối định gốc, tốc độ phát triển liên hoàn, tốc độ phát triển định gốc, giá trị tuyệt đối 1% tăng (giảm) qua các năm, lượng tăng tuyệt đối bình quân của doanh số.
- b. Lập phương trình hồi quy tuyến tính thể hiện doanh số theo thời gian.
- c. Dùng 3 phương pháp dự báo đơn giản (tốc độ phát triển bình quân, lượng tăng giảm bình quân, hàm xu thế tuyến tính) hãy dự báo doanh số 2013. So sánh với số liệu thực tế. Cho nhận xét ngắn gọn giữa các phương pháp.

**Giải :**

a) Bảng thống kê tính:

Lượng tăng tuyệt đối liên hoàn :  $\delta_i = y_i - y_{i-1}, i = 2,3 \dots$

Lượng tăng tuyệt đối định gốc :  $\Delta_i = y_i - y_1, i = 2,3 \dots$

Tốc độ phát triển liên hoàn :  $t_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}, i = 2,3 \dots$

Tốc độ phát triển định gốc :  $T_i = \frac{y_i}{y_1}, i = 2,3 \dots$

Giá trị tuyệt đối 1% tăng (giảm) qua các năm :  $g_i = \frac{y_{i-1}}{100}, i = 2,3 \dots$

Lượng tăng tuyệt đối bình quân của doanh số :  $\bar{\delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$

Năm	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
y	6,7	7,1	8,5	9,0	11,25	11,7	14,00	15,4	18,10
$\delta_i$	-	0,4	1,4	0,5	2,25	0,45	2,3	1,4	2,7
$\Delta_i$	-	0,4	1,8	2,3	4,55	5	7,3	8,7	11,4
$t_i$ (%)	-	105,97	119,72	105,88	125	104	119,66	110	117,53
$T_i$ (%)	-	105,97	126,86	134,33	167,91	174,62	208,95	229,85	270,15
$g_i$	-	0,067	0,071	0,085	0,09	0,1125	0,117	0,14	0,154
$\bar{\delta}$	$\bar{\delta} = \frac{y_n - y_1}{n-1} = \frac{18,1 - 6,7}{9-1} = 1,4625$								

b) Phương trình hồi quy tuyến tính thể hiện doanh số theo thời gian có dạng :

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

Trong đó:  $a_0, a_1$  được xác định bằng hệ phương trình

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases} \quad (1)$$

Theo đề bài ta có bảng dữ liệu:

Năm	Doanh số (tỷ đồng) $y_i$	t	yt	$t^2$
2004	6,7	1	6,7	1
2005	7,1	2	14,2	4
2006	8,5	3	25,5	9
2007	9,0	4	36	16
2008	11,25	5	56,25	25
2009	11,7	6	70,2	36
2010	14,00	7	98	49
2011	15,4	8	123,2	64
2012	18,1	9	162,9	81
	$\sum y = 101,75$	$\sum t = 45$	$\sum yt = 592,95$	$\sum t^2 = 285$

Thay dữ liệu vào hệ phương trình (1) ta được:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 + a_1 \sum t \\ \sum yt = a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 101,75 = 9a_0 + 45a_1 \\ 592,95 = 45a_0 + 285a_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 4,2889 \\ a_1 = 1,4033 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{y}_t = 4,2889 + 1,4033t$$

c) Dự báo doanh số năm 2013:

- Dựa vào tốc độ phát triển bình quân

Ta có:

$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[8]{\frac{18,1}{6,7}} = 1,1323$$

Với tầm xa dự báo  $L = 1$ , doanh số dự báo năm 2013 là:

$$y_{2013} = y_n \cdot (\bar{t})^L = 18,1 \cdot (1,1323)^1 = 20,49463 \text{ (tỷ đồng)}$$

- Dựa vào lượng tăng tuyệt đối bình quân

Ta có:

$$\bar{\delta}_y = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{18,1 - 6,7}{9 - 1} = 1,4625$$

Với tầm xa dự báo  $L = 1$ , doanh số dự báo năm 2013 là:

$$y_{2013} = y_n + (\bar{\delta}_y) \cdot L = 18,1 + (1,4625) \cdot 1 = 19,5625 \text{ (tỷ đồng)}$$



- Dựa vào hàm xu thế tuyến tính

Ta có hàm xu thế tuyến tính:  $\bar{y}_t = 4,2889 + 1,4033t$

Năm 2013,  $t = 10$ , doanh số dự báo là:

$$y_{2013} = 4,2889 + 1,4033 \cdot 10 = 18,3219 \text{ (tỷ đồng)}$$

Thực tế, doanh số năm 2013 là 23,5 tỷ đồng, cao hơn số liệu dự báo được. Dựa vào 3 phương pháp ta thấy dự báo theo tốc độ phát triển bình quân là gần đúng với thực tế nhất.

**Bài 2:** Doanh số của một công ty xây dựng trong mười hai tháng năm 1997 được trình bày trong bảng dưới đây:

Tháng	Một	Hai	Ba	Tư	Năm	Sáu	Bảy	Tám	Chín	Mười	Mười Một	Mười Hai
Doanh số (tỷ đồng)	7,5	9,5	12,5	8,5	9	26,5	18,5	9,5	9	12,5	19,5	11,5

a) Ngoại suy hàm thu thế tuyến tính thích hợp bằng cách dùng  $\Sigma t = 0$ .

b) Dự đoán doanh số của công ty vào tháng 1 năm 1998.

**Giải:**

a) Hàm hồi quy tuyến tính thể hiện doanh số theo thời gian có dạng:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

Trong đó:  $a_0, a_1$  được xác định bằng hệ phương trình ( $\Sigma t = 0$ )

$$\begin{cases} \sum y = n a_0 \\ \sum y t = a_1 \sum t^2 \end{cases} \quad (1)$$

Theo đề bài ta có bảng dữ liệu:

Tháng	Doanh số (tỷ đồng) $y_t$	t	yt	$t^2$
Một	7,5	-11	-82,5	121
Hai	9,5	-9	-85,5	81
Ba	12,5	-7	-87,5	49
Tư	8,5	-5	-42,5	25
Năm	9	-3	-27	9
Sáu	26,5	-1	-26,5	1
Bảy	18,5	1	18,5	1
Tám	9,5	3	28,5	9
Chín	9	5	45	25
Mười	12,5	7	87,5	49
Mười Một	19,5	9	175,5	81
Mười Hai	11,5	11	126,5	121
	$\Sigma y = 154$	$\Sigma t = 0$	$\Sigma yt = 130$	$\Sigma t^2 = 572$

Thay dữ liệu vào hệ phương trình (1) ta được:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 \\ \sum yt = a_1 \sum t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 154 = 12a_0 \\ 130 = 572a_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 12,8333 \\ a_1 = 0,2273 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{y}_t = 12,8333 + 0,2273t$$

b) Tháng 1 năm 1998,  $t = 13$ , doanh số dự báo là :

$$Y(\text{tháng 1 năm 1998}) = 12,8333 + 0,2273 \cdot 13 = 15,7882 \text{ (tỷ đồng)}$$

**Bài 3:** Số liệu về quyết toán thu ngân sách Nhà nước. (Nguồn tổng cục thống kê)

Tỷ đồng

Năm	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Tổng thu	90749	123860	152274	190928	228287	279472	315915	430549	454786	588428	704267

**Chú ý:** Chỉ sử dụng số liệu 2001 – 2010. Năm 2011 dùng để dự báo.

- Lập bảng thống kê bao gồm các nội dung: Tốc độ phát triển liên hoàn, lượng tăng giảm liên hoàn.
- Lập phương trình hồi quy tuyến tính thể hiện xu thế nguồn thu ngân sách nhà nước theo thời gian.
- Dùng 3 phương pháp dự báo đơn giản (tốc độ phát triển bình quân, lượng tăng giảm bình quân, hàm xu thế tuyến tính) hãy dự báo nguồn thu 2011. So sánh với số liệu thực tế. Cho nhận xét ngắn gọn giữa các phương pháp.

**Giải:**

a) Bảng thống kê tính:

Lượng tăng giảm liên hoàn:  $\delta_i = y_i - y_{i-1}$ ,  $i = 2, 3 \dots$

Tốc độ phát triển liên hoàn:  $t_i = \frac{y_i}{y_{i-1}}$ ,  $i = 2, 3 \dots$

Năm	Tổng thu (tỷ đồng) $y_i$	$\delta_i$	$t_i$ (%)
2001	90749	-	-
2002	123860	33111	136,48
2003	152274	28414	122,94
2004	190928	38654	125,38
2005	228287	37359	119,56
2006	279472	51185	122,42
2007	315915	36443	113,04
2008	430549	114634	136,28
2009	454786	24237	105,63
2010	588428	133642	129,28

b) Hàm hồi quy tuyến tính thể hiện xu thế nguồn thu ngân sách nhà nước theo thời gian có dạng:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$$

Trong đó:  $a_0, a_1$  được xác định bằng hệ phương trình (tính theo phương pháp  $\sum t = 0$ )

$$\begin{cases} \sum y = na_0 \\ \sum yt = a_1 \sum t^2 \end{cases} \quad (1)$$

Theo đề bài ta có bảng dữ liệu:

Năm	Tổng thu (tỷ đồng) $y_i$	t	yt	$t^2$
2001	90749	-9	-816741	81
2002	123860	-7	-867020	49
2003	152274	-5	-761370	25
2004	190928	-3	-572784	9
2005	228287	-1	-228287	1
2006	279472	1	279472	1
2007	315915	3	947745	9
2008	430549	5	2152745	25
2009	454786	7	3183502	49
2010	588428	9	5295852	81
	$\sum y_i = 2855248$	$\sum t = 0$	$\sum yt = 8613114$	$\sum t^2 = 330$

Thay dữ liệu vào hệ phương trình (1) ta được:

$$\begin{cases} \sum y = na_0 \\ \sum yt = a_1 \sum t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2855248 = 10a_0 \\ 8613114 = 330a_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_0 = 285524,8 \\ a_1 = 26100,34545 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{y}_t = 285524,8 + 26100,34545 \cdot t$$

c) Dự báo nguồn thu 2011

- Dựa vào tốc độ phát triển bình quân

Ta có:

$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}} = \sqrt[9]{\frac{588428}{90749}} = 2,5464$$

Với tầm xa dự báo  $L = 1$ , nguồn thu dự báo năm 2011 là:

$$y_{2011} = y_n \cdot (\bar{t})^L = 588428 \cdot (2,5464)^1 = 1498373 \text{ (tỷ đồng)}$$

- Dựa vào lượng tăng tuyệt đối bình quân

Ta có:

$$\bar{\delta}_y = \frac{y_n - y_1}{n - 1} = \frac{588428 - 90749}{10 - 1} = 55297,67$$

Với tầm xa dự báo  $L = 1$ , nguồn thu dự báo năm 2011 là:

$$y_{2011} = y_n + (\bar{\delta}_y) \cdot L = 588428 + (55297,67) \cdot 1 = 643725,67 \text{ (tỷ đồng)}$$

- Dựa vào hàm xu thế tuyến tính

Ta có hàm xu thế tuyến tính:  $\bar{y}_t = 285524,8 + 26100,34545 \cdot t$

Năm 2011,  $t = 11$ , nguồn thu dự báo là:

$$y_{2013} = 285524,8 + 26100,34545 \cdot 11 = 572628,6 \text{ (tỷ đồng)}$$

Thực tế, nguồn thu năm 2011 là 704267 tỷ đồng, ta thấy dựa vào 3 phương pháp dự báo thì dự báo theo lượng tăng tuyệt đối bình quân là gần đúng nhất với thực tế.

**Bài 4:** Tài liệu một doanh nghiệp sản xuất công nghiệp năm 1997 như sau:

CHỈ TIÊU	Quý I	Quý II	Quý III	Quý IV
Quỹ lương kế hoạch (trđ)	600	620	650	700
Phần trăm thực hiện kế hoạch quỹ lương (%)	103,0	105,68	109,85	105,75
Số công nhân ngày đầu quý (người)	404	420	420	430
Giá trị sản xuất thực tế (trđ)	7416,0	7854,0	8187,5	8248,5

Ngày 1-1-1998 doanh nghiệp có 416 công nhân.

- Tính NSLĐ bình quân 1 công nhân từng quý và cả năm?
- So sánh 6 tháng cuối năm với 6 tháng đầu năm về các chỉ tiêu: Tổng quỹ lương, số lượng công nhân, tiền lương bình quân 1 công nhân và cho nhận xét?
- Xác định % thực hiện kế hoạch quỹ lương cả năm 1997 và cho nhận xét?

**Giải:**

a) Ta có:

$$\text{NSLĐ bình quân 1 công nhân} = \frac{\text{Giá trị sản xuất thực tế}}{\text{Số công nhân trung bình}}$$

Mặt khác:

$$\text{Số công nhân trung bình quý I: } W_I = \frac{404+420}{2} = 412$$

$$\text{Số công nhân trung bình quý II: } W_{II} = \frac{420+420}{2} = 420$$

$$\text{Số công nhân trung bình quý III: } W_{III} = \frac{420+430}{2} = 425$$

$$\text{Số công nhân trung bình quý IV: } W_{IV} = \frac{430+416}{2} = 423$$

$$\text{Số công nhân trung bình cả năm: } W = \frac{\frac{404}{2} + 420 + 420 + 430 + \frac{416}{2}}{5-1} = 420$$

$$\Rightarrow \text{NSLĐ bình quân 1 công nhân quý I} = \frac{7416}{412} = 18 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

$$\text{NSLĐ bình quân 1 công nhân quý II} = \frac{7854}{420} = 18,7 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

$$NSLĐ \text{ bình quân 1 công nhân quý III} = \frac{8187,5}{425} = 19,26 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

$$NSLĐ \text{ bình quân 1 công nhân quý IV} = \frac{8248,5}{423} = 19,5 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

$$NSLĐ \text{ bình quân 1 công nhân cả năm} = \frac{7416 + 7854 + 8187,5 + 8248,5}{420} \\ = 75,49 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

- b) Tổng quỹ lương, số lượng công nhân, tiền lương bình quân 1 công nhân 6 tháng đầu năm là:

Tổng quỹ lương thực tế:

$$Q_1 = q_{k(I)} \cdot t_{HK(I)} + q_{k(II)} \cdot t_{HK(II)} = 600 \cdot 1,03 + 620 \cdot 1,0568 = 1273,216 \text{ (trđ)}$$

Số lượng công nhân trung bình:

$$W_1 = \frac{\frac{404}{2} + 420 + \frac{420}{2}}{3 - 1} = 416$$

Tiền lương bình quân 1 công nhân:

$$T_1 = \frac{Q_1}{W_1} = \frac{1273,216}{416} = 3,06 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

- Tổng quỹ lương, số lượng công nhân, tiền lương bình quân 1 công nhân 6 tháng cuối năm là:

Tổng quỹ lương thực tế:

$$Q_2 = q_{k(III)} \cdot t_{HK(III)} + q_{k(IV)} \cdot t_{HK(IV)} = 650 \cdot 1,0985 + 700 \cdot 1,0575 \\ = 1454,275 \text{ (trđ)}$$

Số lượng công nhân trung bình:

$$W_2 = \frac{\frac{420}{2} + 430 + \frac{416}{2}}{3 - 1} = 424$$

Tiền lương bình quân 1 công nhân:

$$T_2 = \frac{Q_2}{W_2} = \frac{1454,275}{424} = 3,43 \left( \frac{\text{trđ}}{\text{công nhân}} \right)$$

Nhận xét: Cả 3 chỉ tiêu tổng quỹ lương, số lượng công nhân, tiền lương bình quân 1 công nhân 6 tháng cuối năm đều cao hơn 6 tháng đầu năm.

- c) Phần trăm thực hiện kế hoạch quỹ lương cả năm 1997 là:

$$\begin{aligned}
t_{HK(\text{cả năm})} &= \frac{q_{t(\text{cả năm})}}{q_{k(\text{cả năm})}} \cdot 100 \\
&= \frac{q_{k(I)} \cdot t_{HK(I)} + q_{k(II)} \cdot t_{HK(II)} + q_{k(III)} \cdot t_{HK(III)} + q_{k(IV)} \cdot t_{HK(IV)}}{q_{k(I)} + q_{k(II)} + q_{k(III)} + q_{k(IV)}} \cdot 100 \\
&= \frac{600 \cdot 1,03 + 620 \cdot 1,0568 + 650 \cdot 1,0985 + 700 \cdot 1,0575}{600 + 620 + 650 + 700} \cdot 100 \\
&= 106,13 (\%)
\end{aligned}$$

**Bài 5:** Có tài liệu của một công ty dệt trong hai tháng đầu năm 2012 như sau:

	Tháng 1	Tháng 2
1. Tổng quỹ lương công nhân (triệu đồng)	7248	7502
2. Số công nhân ngày đầu tháng (người)	600	
3. Biến động công nhân trong tháng:		
- Ngày 05/01 giảm: 1		
- Ngày 15/01 tăng: 7		
- Ngày 24/01 tăng: 4		
- Ngày 05/02 tăng: 5		
- Ngày 18/02 giảm: 3		
- Ngày 24/02 giảm: 13		

Khối lượng sản phẩm tháng 2 so với tháng 1 tăng 6,04% tức là tăng 36482m (quy ra mét chuẩn).

**Yêu cầu:**

- So sánh tiền lương trung bình một công nhân tháng 2 so với tháng 1.
- So sánh năng suất lao động trung bình một công nhân tháng 2 so với tháng 1.

**Giải:**

Gọi  $x$  là số công nhân của công ty.

$y_0, y_1$  lần lượt là khối lượng sản phẩm tháng 1 và tháng 2.

Ta có bảng biến động số công nhân của công ty như sau :

	Ngày	Số công nhân ( $x_i$ )	Số ngày ( $t_i$ )
Tháng 1	01/01 – 04/01	600	4
	05/01 – 14/01	599	10
	15/01 – 23/01	606	9
	24/01 – 31/01	610	8
			$\sum t_{i(1)} = 31$
Tháng 2	01/02 – 04/02	610	4
	05/02 – 17/02	615	13
	18/02 – 23/02	612	6
	24/02 – 28/02	599	5
			$\sum t_{i(2)} = 28$

Số công nhân trung bình tháng 1 và tháng 2 là:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_{i(1)} t_{i(1)}}{\sum t_{i(1)}} = \frac{600.4 + 599.10 + 606.9 + 610.8}{31} = 604$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_{i(2)} t_{i(2)}}{\sum t_{i(2)}} = \frac{610.4 + 615.13 + 612.6 + 599.5}{28} = 610,78$$

a. So sánh tiền lương trung bình một công nhân tháng 2 so với tháng 1

Ta có :

$$\begin{aligned} \text{Tiền lương trung bình một CN tháng 1} &= \frac{\text{Tổng quỹ lương tháng 1}}{\text{Số công nhân trung bình tháng 1}} \\ &= \frac{7248}{604} = 12 \left( \frac{\text{triệu đồng}}{\text{công nhân}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Tiền lương trung bình một CN tháng 2} &= \frac{\text{Tổng quỹ lương tháng 2}}{\text{Số công nhân trung bình tháng 2}} \\ &= \frac{7502}{610,78} = 12,28 \left( \frac{\text{triệu đồng}}{\text{công nhân}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\text{Tiền lương trung bình một CN tháng 2}}{\text{Tiền lương trung bình một CN tháng 1}} \cdot 100 &= \frac{12,28}{12} \cdot 100 \\ &= 102,33\% (+2,33\%) \end{aligned}$$

Vậy tiền lương trung bình một công nhân tháng 2 so với tháng 1 tăng 2,33%, tương ứng tăng 0,28 triệu đồng/công nhân.

b. So sánh năng suất lao động trung bình một công nhân tháng 2 so với tháng 1  
Theo đề bài ta có khối lượng sản phẩm tháng 1 và tháng 2 là:

$$\begin{cases} \frac{y_1}{y_0} = 1,0604 \\ y_1 - y_0 = 36482 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_1 = 640488,6225 \\ y_0 = 604006,6225 \end{cases} \text{ (mét)}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{NSLĐ trung bình một CN tháng 1} &= \frac{\text{Khối lượng sản phẩm tháng 1}}{\text{Số CN trung bình tháng 1}} \\ &= \frac{604006,6225}{604} = 1000,0109 \left( \frac{\text{mét}}{\text{công nhân}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{NSLĐ trung bình một CN tháng 2} &= \frac{\text{Khối lượng sản phẩm tháng 2}}{\text{Số CN trung bình tháng 2}} \\ &= \frac{640488,6225}{610,78} = 1048,6404 \left( \frac{\text{mét}}{\text{công nhân}} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\text{NSLĐ trung bình một CN tháng 2}}{\text{NSLĐ trung bình một CN tháng 1}} \cdot 100 &= \frac{1048,6404}{1000,0109} \cdot 100 \\ &= 104,86\% (+4,86\%) \end{aligned}$$

Vận năng suất lao động trung bình một công nhân tháng 2 so với tháng 1 tăng 4,86%, tương ứng tăng 48,6295 mét/công nhân.

**Bài 6:** Sản lượng thực (quy thóc) của tỉnh A qua các năm như sau :

- Năm 2008 bằng 108,2% so với năm 2007.
- Năm 2009 bằng 113,6% so với năm 2007.
- Năm 2010 bằng 118,9% so với năm 2007.
- Năm 2011 bằng 122,3% so với năm 2007.

**Yêu cầu:**

- a. Tính các tốc độ phát triển liên hoàn và tốc độ phát triển trung bình hàng năm về sản lượng lương thực của tỉnh A giai đoạn từ 2007 – 2011.
- b. Năm 2011, sản lượng lương thực của tỉnh A là 1,146 triệu tấn. Hãy tính lượng tăng tuyệt đối trung bình hàng năm về sản lượng lương thực tỉnh A trong giai đoạn từ 2007 – 2011.

**Giải:**

a. Theo đề bài, ta có các tốc độ phát triển định gốc:

$$T_i = \frac{y_i}{y_1}$$

$$T_{2008} = \frac{y_{2008}}{y_{2007}} = 108,2\% = 1,082$$

$$T_{2009} = \frac{y_{2009}}{y_{2007}} = 113,6\% = 1,136$$

$$T_{2010} = \frac{y_{2010}}{y_{2007}} = 118,9\% = 1,189$$

$$T_{2011} = \frac{y_{2011}}{y_{2007}} = 122,3\% = 1,223$$

Tốc độ phát triển liên hoàn:

$$t_i = \frac{y_i}{y_{i-1}} = \frac{\frac{y_i}{y_1}}{\frac{y_{i-1}}{y_1}} = \frac{T_i}{T_{i-1}}$$

$$t_{2008} = T_{2008} = 1,082 \text{ hay } 108,2\%$$

$$t_{2009} = \frac{T_{2009}}{T_{2008}} = \frac{1,136}{1,082} = 1,0499 \text{ hay } 104,99\%$$

$$t_{2010} = \frac{T_{2010}}{T_{2009}} = \frac{1,189}{1,136} = 1,0466 \text{ hay } 104,66\%$$

$$t_{2011} = \frac{T_{2011}}{T_{2010}} = \frac{1,223}{1,189} = 1,0286 \text{ hay } 102,86\%$$

Tốc độ phát triển trung bình hàng năm về sản lượng lương thực của tỉnh A giai đoạn từ 2007 – 2011 là:



$$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\prod_{i=2}^n t_i} = \sqrt[4]{(t_{2008}) \cdot (t_{2009}) \cdot (t_{2010}) \cdot (t_{2011})}$$

$$= \sqrt[4]{(1,082) \cdot (1,0499) \cdot (1,0466) \cdot (1,0286)} = 1,0516 \text{ hay } 105,16\%$$

b. Sản lượng lương thực tỉnh A năm 2007 là:

$$y_{2007} = \frac{y_{2011}}{T_{2011}} = \frac{1,146}{1,223} = 0,937 \text{ (triệu tấn)}$$

⇒ Lượng tăng tuyệt đối trung bình hàng năm về sản lượng lương thực của tỉnh A giai đoạn từ 2007 – 2011 là:

$$\bar{\delta} = \frac{y_{2011} - y_{2007}}{n - 1} = \frac{1,146 - 0,937}{5 - 1} = 0,05225 \text{ (triệu tấn)} = 52250 \text{ tấn}$$

**Bài 7:** Năm 1996 địa phương A đạt giá trị sản xuất 5500 tỷ đồng. Theo kế hoạch năm 2006, giá trị sản xuất của địa phương sẽ đạt gấp 2 lần so với năm 1996. Nếu năm 2002 địa phương đạt 8220 tỷ đồng thì:

- Để năm 2006 hoàn thành vượt mức kế hoạch 5,5% thì trong những năm còn lại của kế hoạch 10 năm, tốc độ tăng bình quân của giá trị sản xuất phải là bao nhiêu?
- Nếu các năm còn lại của kế hoạch 10 năm, tốc độ tăng liên hoàn là 8%, 9%, 11%, 15% thì năm 2006 tỉnh này hoàn thành bao nhiêu phần trăm (%) kế hoạch?

**Giải:**

a. Theo đề bài ta có:

$$y_{t(1996)} = 5500 \text{ tỷ đồng}, \quad y_{k(2006)} = 11000 \text{ tỷ đồng},$$

$$y_{t(2002)} = 8220 \text{ tỷ đồng}$$

Mặt khác :

$$t_{HK(1996-2006)} = \frac{y_{t(2006)}}{y_{k(2006)}} = 1,055 \Rightarrow y_{t(2006)} = 1,055 \cdot y_{k(2006)} = 11605$$

⇒ Tốc độ phát triển bình quân của giá trị sản xuất giai đoạn 2002 – 2006 là :

$$\bar{t} = \sqrt[5-1]{\frac{y_{t(2006)}}{y_{t(2002)}}} = \sqrt[4]{\frac{11605}{8220}} = 1,09$$

⇒ Tốc độ tăng bình quân của giá trị sản xuất giai đoạn 2002 – 2006 là :

$$\bar{a} = \bar{t} - 1 = 1,09 - 1 = 0,09$$

Vậy tốc độ tăng bình quân của giá trị sản xuất trong những năm còn lại phải là 9%.

b. Theo đề bài ta có:

$$a_{2003} = 8\% = 0,08 \Rightarrow t_{2003} = a_{2003} + 1 = 1,08$$

$$a_{2004} = 9\% = 0,09 \Rightarrow t_{2004} = a_{2004} + 1 = 1,09$$

$$a_{2005} = 11\% = 0,11 \Rightarrow t_{2005} = a_{2005} + 1 = 1,11$$

$$a_{2006} = 8\% = 0,15 \Rightarrow t_{2006} = a_{2006} + 1 = 1,15$$

Mặt khác ta có

Tốc độ phát triển bình quân của giá trị sản xuất giai đoạn 2002 – 2006 là :

$$\bar{t} = \sqrt[5-1]{\frac{y_{t(2006)}}{y_{t(2002)}}} = \sqrt[n-1]{\prod_{i=2}^n t_i} = \sqrt[4]{(t_{2003}) \cdot (t_{2004}) \cdot (t_{2005}) \cdot (t_{2006})}$$

$$\Rightarrow \frac{y_{t(2006)}}{y_{t(2002)}} = (t_{2003}) \cdot (t_{2004}) \cdot (t_{2005}) \cdot (t_{2006}) = (1,08) \cdot (1,09) \cdot (1,11) \cdot (1,15) = 1,5027$$

$$\Rightarrow y_{t(2006)} = 1,5027 \cdot y_{t(2002)} = 1,5027 \cdot 8220 = 12352,194 \text{ (tỷ đồng)}$$

Phần trăm hoàn thành kế hoạch của kế hoạch 10 năm là:

$$t_{HK(1996-2006)} = \frac{y_{t(2006)}}{y_k(2006)} = \frac{12352,194}{11000} = 1,123 = 112,3\%$$

PHAN CHÂU THÔNG 120QH

## BÀI TẬP LÝ THUYẾT PHÂN TỔ VÀ ĐIỀU TRA CHỌN MẪU

**Bài 1:** Một công ty ươm giống cây trồng, người ta đo chiều cao của một loại cây sau 3 tháng trồng. Dữ liệu về chiều cao (cm) của 50 cây ghi nhận được như sau:

60	50	46	55	60	53	45	62	64	65
66	53	46	55	60	55	46	62	64	66
67	53	47	55	62	55	47	62	64	55
67	45	47	59	65	55	47	50	60	59
50	45	53	60	65	45	47	50	60	64

**Yêu cầu:**

- a) Trình bày số liệu theo phương pháp nhánh và lá.
- b) Phân tổ dữ liệu trên thành 5 tổ với khoảng cách tổ đều nhau. Lập bảng phân phối tần số, tần số tích lũy, tần suất, tần suất tích lũy.
- c) Từ tài liệu phân tổ tính giá trị trung bình, mode, median, độ lệch tuyệt đối trung bình, phương sai, độ lệch tiêu chuẩn, hệ số biến thiên.
- d) Tìm độ trải giữa và toàn cự.

**Giải:**

- a) Trình bày số liệu theo phương pháp nhánh và lá

Stem	Leaf
4	5 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 7
5	0 0 0 0 3 3 3 3 5 5 5 5 5 5 9 9
6	0 0 0 0 0 2 2 2 2 4 4 4 4 5 5 5 6 6 7 7

- b) Số tổ:  $k = 5$

Khoảng cách tổ:  $h = \frac{67-45}{5} = 4,4 \approx 5 \text{ (cm)}$

Ta có bảng phân phối

Chiều cao (cm)	Trị số giữa $x_i$	Tần số $f_i$	Tần số tích lũy	Tần suất (%)	Tần suất tích lũy
45 – 50	47,5	12	12	24	24
50 – 55	52,5	8	20	16	40
55 – 60	57,5	9	29	18	58
60 – 65	62,5	14	43	28	86
65 – 70	67,5	7	50	14	100
Tổng		50		100	

- c) Trung bình:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{47,5 \cdot 12 + 52,5 \cdot 8 + 57,5 \cdot 9 + 62,5 \cdot 14 + 67,5 \cdot 7}{50} = 57,1$$

- Tổ chứa Mode ( $M_0$ ) là tổ có chiều cao từ 60 – 65 cm vì tần số của tổ này là lớn nhất.

$$\begin{aligned} \Rightarrow M_0 &= x_{M_0(\min)} + d_{M_0} \cdot \frac{F_{M_0} - F_{M_0-1}}{(F_{M_0} - F_{M_0-1}) + (F_{M_0} - F_{M_0+1})} \\ &= 60 + 5 \cdot \frac{\frac{14}{5} - \frac{9}{5}}{\left(\frac{14}{5} - \frac{9}{5}\right) + \left(\frac{14}{5} - \frac{7}{5}\right)} = 60 + 5 \cdot \frac{14 - 9}{(14 - 9) + (14 - 7)} \\ &= 62,08 \end{aligned}$$

- Ta có:  $\frac{(\sum f+1)}{2} = 25,5 \Rightarrow$  Tổ có chiều cao từ 55 – 60 cm là tổ chứa trung vị ( $M_e$ )

$$M_e = XM_{e(\min)} + dM_e \frac{\sum \frac{f}{2} - S_{M_{e-1}}}{fM_e} = 55 + 5 \cdot \frac{\frac{50}{2} - 20}{9} = 57,78$$

- Độ lệch tuyệt đối trung bình

$$\begin{aligned} \bar{d} &= \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} \\ &= \frac{|47,5 - 57,1| \cdot 12 + |52,5 - 57,1| \cdot 8 + |57,5 - 57,1| \cdot 9 + |62,5 - 57,1| \cdot 14 + |67,5 - 57,1| \cdot 7}{50} \\ &= 6,08 \end{aligned}$$

- Phương sai:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \\ &= \frac{(47,5 - 57,1)^2 \cdot 12 + (52,5 - 57,1)^2 \cdot 8 + (57,5 - 57,1)^2 \cdot 9 + (62,5 - 57,1)^2 \cdot 14 + (67,5 - 57,1)^2 \cdot 7}{50} \\ &= \frac{2442}{50} = 48,84 \end{aligned}$$

- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu chưa hiệu chỉnh

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{48,84} = 6,98$$

- Độ lệch tiêu chuẩn mẫu hiệu chỉnh

$$\hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1}} = \sqrt{\frac{2442}{50 - 1}} = 7,06$$

- Hệ số biến thiên

$$CV = \frac{\hat{s}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{7,06}{57,1} \cdot 100 = 12,36 \%$$

d) Toàn cục:

$$R = X_{\max} - X_{\min} = 67 - 45 = 22$$

- Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$

Ta có:  $\frac{(\sum f+1)}{4} = 12,75 \Rightarrow$  Tổ có chiều cao từ 50 – 55 cm là tổ chứa  $Q_1$

$$\Rightarrow Q_1 = X_{Q_1(\min)} + h_{Q_1} \cdot \frac{\frac{1}{4} \sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} = 50 + 5 \cdot \frac{\frac{50}{4} - 12}{8} = 50,3125$$

- Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$

Ta có:  $\frac{3(\sum f + 1)}{4} = 38,25 \Rightarrow$  Tổ có chiều cao từ 60 – 65 cm là tổ chứa  $Q_3$

$$\Rightarrow Q_3 = X_{Q_3 \min} + h_{Q_3} \cdot \frac{\frac{3}{4} \sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} = 60 + 5 \cdot \frac{\frac{3}{4} \cdot 50 - 29}{14} = 63,0357$$

$\Rightarrow$  Độ trải giữa là:

$$R_Q = Q_3 - Q_1 = 63,0357 - 50,3125 = 12,7232$$

**Bài 2:** Có tài liệu về năng suất lao động của một mẫu gồm 50 công nhân trong một xí nghiệp như sau (kg) :

Năng suất lao động	Số công nhân (người)
< 34	3
34 – 38	6
38 – 42	9
42 – 46	12
46 – 50	8
50 – 54	7
$\geq 54$	5

Yêu cầu :

- Tính năng suất lao động trung bình trong xí nghiệp.
- Tính mode, trung vị về năng suất lao động.
- Tính độ lệch tuyệt đối trung bình, phương sai và độ lệch chuẩn.
- Tính hệ số biến thiên.
- Nhận xét hình dáng phân phối của dữ liệu.

**Giải:**

Gọi  $x_i$  là năng suất lao động của công nhân trong xí nghiệp

$f_i$  là số công nhân trong xí nghiệp

Theo đề bài ta có bảng dữ liệu sau :

Năng suất lao động	Trị số giữa $x_i$	Số công nhân $f_i$	Tần số tích lũy $S_i$	$x_i f_i$	$[x_i - \bar{x}]$	$ x_i - \bar{x}  f_i$	$[x_i - \bar{x}]^2 f_i$
< 34	32	3	3	96	-12,56	37,68	473,2608
34 – 38	36	6	9	216	-8,56	51,36	439,6416
38 – 42	40	9	18	360	-4,56	41,04	187,1424
42 – 46	44	12	30	528	-0,56	6,72	3,7632
46 – 50	48	8	38	384	3,44	27,52	94,6688
50 – 54	52	7	45	364	7,44	52,08	387,4752
$\geq 54$	56	5	50	280	11,44	57,2	654,368
Tổng		50		2228		273,6	2240,32

a. Năng suất lao động trung bình của công nhân toàn xí nghiệp :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2228}{50} = 44,56$$

b. Mode, Median :

Tổ có năng suất lao động từ 42 đến 46 (kg/công nhân) là tổ chứa mode vì tổ này có số lượng công nhân nhiều nhất.

Ta có :  $\frac{(\sum f+1)}{2} = \frac{51}{2} = 25,5 \Rightarrow$  Tổ chứa median cũng là tổ có năng suất lao động từ 42 đến 46 (kg/công nhân).

$$\begin{aligned} \Rightarrow M_0 &= x_{M_0(\min)} + d_{M_0} \cdot \frac{f_{M_0} - f_{M_0-1}}{(f_{M_0} - f_{M_0-1}) + (f_{M_0} - f_{M_0+1})} \\ &= 42 + 4 \cdot \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 8)} = 43,71 \end{aligned}$$

$$M_e = XM_{e(\min)} + dM_e \frac{\sum \frac{f}{2} - S_{M_e-1}}{fM_e} = 42 + 4 \cdot \frac{\frac{50}{2} - 18}{12} = 44,33$$

c. Tính  $\bar{d}, s^2, s$

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i} = \frac{273,6}{50} = 5,472$$

$$\hat{s}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1} = \frac{2240,32}{50} = 45,7208$$

$$\hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1}} = \sqrt{45,7208} = 6,7617$$

d. Hệ số biến thiên

$$CV = \frac{\hat{s}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{6,7617}{44,56} \cdot 100 = 15,17\%$$

e. Hình dáng phân phối dữ liệu

Dựa vào các số liệu tính được ta thấy :  $\bar{x} > M_e > M_0$  nên dãy số có phân phối lệch phải.

**Bài 3:** Bưu điện Thành phố Hồ Chí Minh nghiên cứu việc sử dụng điện thoại cố định nhằm tính toán các giá cước hợp lý. Một mẫu ngẫu nhiên gồm 100 hộ gia đình được chọn từ các Quận, Huyện. Số liệu cho trong bảng sau :

Cước trả hàng tháng (ngàn đồng)	Số hộ
< 60	10
60 – 80	15
80 – 100	22
100 – 120	27

120 – 140	12
140 – 160	9
≥ 160	5

**Yêu cầu :**

- Giả sử tiền cước điện thoại hàng tháng có phân phối chuẩn, hãy ước lượng khoảng mức cước trung bình của các hộ gia đình với độ tin cậy 95%.
- Hãy ước lượng tỷ lệ hộ gia đình có mức cước điện thoại mỗi tháng lớn hơn hoặc bằng 100 ngàn đồng, với độ tin cậy 90%.

**Giải :**

Gọi  $x_i$  là tiền cước điện thoại hàng tháng

$f_i$  là số hộ gia đình

Theo đề bài ta có bảng dữ liệu sau :

Cước trả hàng tháng (ngàn đồng)	Trị số giữa $x_i$	Số hộ $f_i$	$x_i f_i$	$[x_i - \bar{x}]^2 f_i$
< 60	50	10	510	27772,9
60 – 80	70	15	1050	16039,35
80 – 100	90	22	1980	3548,38
100 – 120	110	27	2970	196,83
120 – 140	130	12	1560	8943,48
140 – 160	150	9	1350	20135,61
≥ 160	170	5	850	22646,45
Tổng		100	10270	99283

a. Ta có :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{10270}{100} = 102,7$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1}} = \sqrt{\frac{99283}{100 - 1}} = 31,6679$$

Với độ tin cậy  $\gamma = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

$\Rightarrow$  Khoảng ước lượng mức cước trung bình của các hộ gia đình là:

$$\begin{aligned} \bar{x} - (z_{\alpha/2}) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} &\leq \mu \leq \bar{x} + (z_{\alpha/2}) \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \\ \Leftrightarrow 102,7 - 1,96 \cdot \frac{31,6679}{\sqrt{100}} &\leq \mu \leq 102,7 + 1,96 \cdot \frac{31,6679}{\sqrt{100}} \\ \Leftrightarrow 96,49 &\leq \mu \leq 108,9 \end{aligned}$$

b. Gọi  $f$  tỷ lệ hộ gia đình có mức cước điện thoại mỗi tháng lớn hơn hoặc bằng 100 ngàn đồng.

Ta có:

$$f = \frac{27 + 12 + 9 + 5}{100} = 0,53$$

Với độ tin cậy  $\gamma = 0,9 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

$\Rightarrow$  Khoảng ước lượng tỷ lệ hộ gia đình có mức cước điện thoại mỗi tháng lớn hơn hoặc bằng 100 ngàn đồng:

$$f - (z_{\alpha/2}) \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} \leq p \leq f + (z_{\alpha/2}) \cdot \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}}$$

$$\Leftrightarrow 0,53 - 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,53(1-0,53)}{100}} \leq p \leq 0,53 + 1,645 \cdot \sqrt{\frac{0,53(1-0,53)}{100}}$$

$$\Leftrightarrow 0,4478 \leq p \leq 0,6121$$

**Bài 4:** Số liệu về năng suất lao động (số sản phẩm/ca sản xuất) của công nhân ở hai phân xưởng như sau:

Số sản phẩm/ca sản xuất	Số công nhân (người)	
	Phân xưởng A	Phân xưởng B
30	2	0
40 – 42	0	9
43 – 45	25	14
46 – 48	13	25
49 – 51	5	2
58	3	0
65	2	0

- Xác định năng suất lao động trung bình của công nhân ở từng phân xưởng và chung cho cả hai phân xưởng.
- Bằng các chỉ tiêu thống kê, hãy đánh giá sự đồng đều về năng suất lao động cho từng phân xưởng. Nhận xét một cách ngắn gọn.
- Hãy thảo luận ngắn gọn về sự khác biệt giữa độ lệch tuyệt đối trung bình và phương sai.

**Giải:**

Gọi:  $x_i$  là năng suất lao động của công nhân

$f_{i(A)}, f_{i(B)}$  lần lượt là số công nhân ở phân xưởng A và phân xưởng B

Dựa vào dữ liệu đề bài, ta thành lập bảng sau:

$x_i$	$f_{i(A)}$	$f_{i(B)}$	$x_i f_{i(A)}$	$x_i f_{i(B)}$	$[x_i - \bar{x}_{(A)}]^2 f_{i(A)}$	$[x_i - \bar{x}_{(B)}]^2 f_{i(B)}$
30	2	0	60	0	544,5	0
41	0	9	0	369	0	158,76
44	25	14	1100	616	156,25	20,16
47	13	25	611	1175	3,25	81
50	5	2	250	100	61,25	46,08
58	3	0	174	0	396,75	0
65	2	0	130	0	684,5	0
$\Sigma$	50	50	2325	2260	1846,5	306



a. Năng suất lao động trung bình của công nhân ở từng phân xưởng và chung cho cả hai phân xưởng là:

$$\bar{x}_{(A)} = \frac{\sum x_i f_{i(A)}}{\sum f_{i(A)}} = \frac{2325}{50} = 46,5 \text{ (số sản phẩm/ca sản xuất)}$$

$$\bar{x}_{(B)} = \frac{\sum x_i f_{i(B)}}{\sum f_{i(B)}} = \frac{2260}{50} = 45,2 \text{ (số sản phẩm/ca sản xuất)}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_{i(A)} + \sum x_i f_{i(B)}}{\sum f_{i(A)} + \sum f_{i(B)}} = \frac{2325 + 2260}{50 + 50} = 45,85 \text{ (số sản phẩm/ca sản xuất)}$$

b. Để đánh giá sự đồng đều về NSLĐ người ta có thể sử dụng một trong các chỉ tiêu sau: độ lệch tuyệt đối trung bình, phương sai, độ lệch tiêu chuẩn và hệ số biến thiên.

Nếu sử dụng độ lệch tiêu chuẩn, ta có công thức:

$$\hat{s}_{(A)} = \sqrt{\frac{[x_i - \bar{x}_{(A)}]^2 f_{i(A)}}{\sum_{i=1}^n f_{i(A)} - 1}} = \sqrt{\frac{1846,5}{50 - 1}} = 6,1387$$

$$\text{và } \hat{s}_{(B)} = \sqrt{\frac{[x_i - \bar{x}_{(B)}]^2 f_{i(B)}}{\sum_{i=1}^n f_{i(B)} - 1}} = \sqrt{\frac{306}{50 - 1}} = 2,4989$$

Nhận xét: Ở đây, hai phân xưởng có NSLĐ trung bình không bằng nhau nên ta không thể dựa vào độ lệch tiêu chuẩn để kết luận phân xưởng nào có NSLĐ biến thiên nhiều hơn phân xưởng nào. Dựa vào độ lệch tiêu chuẩn của từng tổ ta chỉ có thể kết luận:

- Độ phân tán giữa các mức NSLĐ của từng công nhân trong phân xưởng A so với mức NSLĐ trung bình trong phân xưởng A thể hiện bằng chỉ tiêu  $s_{(A)} = 6,1387$  sản phẩm/ca sản xuất.

- Độ phân tán giữa các mức NSLĐ của từng công nhân trong phân xưởng B so với mức NSLĐ trung bình trong phân xưởng B thể hiện bằng chỉ tiêu  $s_{(B)} = 2,4989$  sản phẩm/ca sản xuất.

Để có thể so sánh độ biến thiên về NSLĐ giữa hai phân xưởng ta dùng chỉ tiêu hệ số biến thiên:

$$CV_{(A)} = \frac{\hat{s}_{(A)}}{\bar{x}_{(A)}} \cdot 100 = \frac{6,1387}{46,5} \cdot 100 = 13,2\%$$

$$CV_{(B)} = \frac{\hat{s}_{(B)}}{\bar{x}_{(B)}} \cdot 100 = \frac{2,4989}{45,2} \cdot 100 = 5,53\%$$

Như vậy các mức năng suất lao động trong phân xưởng A dao động nhiều hơn trong phân xưởng B.

c. Xét hai công thức

Độ lệch tuyệt đối trung bình :

$$\bar{d} = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum f_i}$$

Phương sai:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Ta thấy cả hai công thức đều thể hiện độ phân tán giữa các lượng biến và số trung bình. Tuy nhiên cùng một tài liệu tính toán thì trị số của  $s^2$  lớn hơn trị số  $\bar{d}$  do trong  $s^2$  các độ lệch được bình phương lên. Điều đó cho thấy tổng thể càng biến thiên nhiều thì sự khác biệt giữa  $\bar{d}$  và  $s^2$  càng lớn.

**Bài 5:** Để nghiên cứu về số lượng đồng hồ bán ra tại một cửa hàng, một mẫu ngẫu nhiên gồm 50 ngày được chọn ra. Đơn vị (cái) như sau:

30	25	38	50	14	15	36	59	20	18
20	11	27	46	18	58	47	55	26	35
12	57	47	42	30	53	17	29	52	19
28	45	39	50	22	13	37	20	45	11
25	52	57	47	38	48	28	58	57	18

- Phân tổ dữ liệu trên thành 5 tổ với khoảng cách tổ đều nhau. Lập bảng tần số, tần suất.
- Tính các đặc trưng đo lường thống kê mô tả: Trung bình, độ lệch chuẩn, trung vị, tứ phân vị, hệ số biến thiên.
- Tính phạm vi sai số về số lượng đồng hồ bán ra của cửa hàng trên, với độ tin cậy 95%. Từ đó ước lượng số đồng hồ trung bình bán được trong ngày.

**Giải:**

a) Theo đề bài ta có : số tổ  $k = 5$

Sơ đồ nhánh và lá:

Stem	Leaf
1	1 1 2 3 4 5 7 8 8 8 9
2	0 0 0 2 5 5 6 7 8 8 9
3	0 0 5 6 7 8 8 9
4	2 5 5 6 7 7 7 8
5	0 0 2 2 3 5 7 7 7 8 8 9

Khoảng cách tổ:  $h = \frac{59-11}{5} = 9,6 \approx 10$  (cái)

Ta có bảng phân phối

Số lượng đồng hồ bán ra (cái)	Trị số giữa $x_i$	Tần số $f_i$	Tần số tích lũy $S_i$	Tần suất (%)
11 – 21	16	14	14	28
21 – 31	26	10	24	20
31 – 41	36	6	30	12
41 – 51	46	10	40	20
51 - 61	56	10	50	20
Tổng		50		100

b) Trung bình:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{16.14 + 26.10 + 36.6 + 46.10 + 56.10}{50} = 34,4$$

• Phương sai:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} \\ = \frac{(16 - 34,4)^2 \cdot 14 + (26 - 34,4)^2 \cdot 10 + (36 - 34,4)^2 \cdot 6 + (46 - 34,4)^2 \cdot 10 + (56 - 34,4)^2 \cdot 10}{50} \\ = \frac{11472}{50} = 229,44$$

• Độ lệch tiêu chuẩn mẫu chưa hiệu chỉnh

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{229,44} = 15,1473$$

• Độ lệch tiêu chuẩn mẫu hiệu chỉnh

$$\hat{s} = \sqrt{\hat{s}^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^n f_i - 1}} = \sqrt{\frac{11472}{50 - 1}} = 15,301$$

• Hệ số biến thiên

$$CV = \frac{\hat{s}}{\bar{x}} \cdot 100 = \frac{15,301}{34,4} \cdot 100 = 44,48 \%$$

• Ta có:  $\frac{(\sum f + 1)}{2} = 25,5 \Rightarrow$  Tổ có số lượng đồng hồ bán ra từ 31 đến 41 cái là tổ chứa trung vị ( $M_e$ )

$$M_e = XM_{e(\min)} + dM_e \cdot \frac{\frac{\sum f}{2} - S_{M_e-1}}{fM_e} = 31 + 10 \cdot \frac{25 - 24}{6} = 32,67$$

• Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1$

Ta có:  $\frac{(\sum f + 1)}{4} = 12,75 \Rightarrow$  Tổ có số lượng đồng hồ bán ra từ 11 đến 21 cái là tổ chứa  $Q_1$

$$\Rightarrow Q_1 = X_{Q_1 \min} + h_{Q_1} \cdot \frac{\frac{1}{4} \sum f - S_{Q_1-1}}{f_{Q_1}} = 11 + 10 \cdot \frac{12,75 - 0}{14} = 19,93$$

• Tứ phân vị thứ ba  $Q_3$

Ta có:  $\frac{3(\sum f + 1)}{4} = 38,25 \Rightarrow$  Tổ có số lượng đồng hồ bán ra từ 41 đến 51 cái là tổ chứa  $Q_3$

$$\Rightarrow Q_3 = X_{Q_3 \min} + h_{Q_3} \cdot \frac{\frac{3}{4} \sum f - S_{Q_3-1}}{f_{Q_3}} = 41 + 10 \cdot \frac{38,25 - 30}{10} = 48,5$$

c) Ta có:  $n = 50$ ,  $\bar{x} = 34,4$  và  $\hat{s} = 15,301$

Gọi  $\mu$  số đồng hồ trung bình bán được trong ngày.

Với độ tin cậy  $\gamma = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

$\Rightarrow$  Phạm vi sai số về số lượng đồng hồ bán ra của cửa hàng trên là:

$$\varepsilon_M = (z_{\alpha/2}) \cdot \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}} = (1,96) \cdot \frac{15,301}{\sqrt{50}} = 4,2412$$

$\Rightarrow$  Khoảng ước lượng số đồng hồ trung bình bán được trong ngày là:

$$\bar{x} - \varepsilon_M \leq \mu \leq \bar{x} + \varepsilon_M$$

$$\Leftrightarrow 34,4 - 4,2412 \leq \mu \leq 34,4 + 4,2412$$

$$\Leftrightarrow 30,1588 \leq \mu \leq 38,6412$$

$$\text{hay } \mu \in [31 ; 38] \text{ (cái)}$$

Vậy số đồng hồ trung bình bán được trong ngày là từ 31 đến 38 cái.

PHAN CHÂU THÔNG 12DQH

# MỤC LỤC

CHƯƠNG 3: TÓM TẮT VÀ TRÌNH BÀY DỮ LIỆU .....	1
CHƯƠNG 4: THỐNG KÊ CÁC MỨC ĐỘ CỦA HIỆN TƯỢNG KT - XH.....	2
1. Số tương đối (%).....	2
2. Số bình quân (Mean).....	2
3. Mode ( $M_0$ ).....	2
4. Median ( $M_e$ – Số trung vị) .....	3
5. Tứ phân vị (Quartiles).....	3
6. Các đặc trưng đo lường độ phân tán (Độ biến thiên của tiêu thức).....	3
6.1 Khoảng biến thiên (Range - toàn cự) .....	3
6.2 Độ trải giữa (Interquartile Range).....	3
6.3 Độ lệch tuyệt đối bình quân (Mean absolute deviation) .....	3
6.4 Phương sai mẫu (variance).....	4
6.5 Độ lệch chuẩn mẫu và độ lệch chuẩn mẫu hiệu chỉnh (Standard deviation) .....	4
6.6 Hệ số biến thiên (Coefficient of variation).....	4
6.7 Khảo sát hình dáng phân phối của dãy số .....	4
CHƯƠNG 5: CHUỖI SỐ THỜI GIAN (TIMES SERIES).....	5
I. CÁC CHỈ TIÊU MÔ TẢ DÃY SỐ THỜI GIAN .....	5
1. Mức độ bình quân theo thời gian.....	5
2. Lượng tăng (giảm) tuyệt đối .....	5
3. Tốc độ phát triển .....	5
4. Tốc độ tăng (giảm).....	6
5. Giá trị tuyệt đối của 1% tăng (giảm) .....	6
II. MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP BIỂU HIỆN XU HƯỚNG BIẾN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA HIỆN TƯỢNG .....	6
1. Phương pháp số bình quân trượt (trung bình di động) .....	6
2. Phương pháp thể hiện xu hướng bằng hàm số (phương pháp đường thẳng) .....	6
3. Phân tích biến động thời vụ .....	6
III. DỰ BÁO BIẾN ĐỘNG CỦA DÃY SỐ THỜI GIAN .....	7
1. Mô hình dự báo tốc độ phát triển bình quân.....	7

2. Mô hình dự báo theo mức độ tăng, giảm tuyệt đối bình quân.....	7
3. Mô hình dự báo theo mô hình hồi quy đường thẳng (ngoại suy hàm xu thế tuyến tính).....	7
<b>CHƯƠNG 6: CHỈ SỐ.....</b>	<b>8</b>
1. Chỉ số cá thể.....	8
2. Chỉ số tổng hợp.....	8
3. Chỉ số không gian.....	8
4. Hệ thống chỉ số.....	8
5. Vận dụng phương pháp chỉ số để phân tích biến động của chỉ tiêu trung bình và tổng lượng biến của tiêu thức.....	8
5.1 Phân tích biến động của giá thành trung bình.....	8
5.2 Phân tích biến động của tổng chi phí sản xuất có sử dụng giá thành trung bình.....	9
<b>CHƯƠNG 7: ĐIỀU TRA CHỌN MẪU.....</b>	<b>10</b>
1. Sai số.....	10
2. Ước lượng trung bình của một chỉ tiêu.....	10
3. Ước lượng tỷ lệ của một chỉ tiêu.....	10
4. Xác định phạm vi sai số.....	10
<b>DẠNG TOÁN TÍNH GIÁ THÀNH BÌNH QUÂN.....</b>	<b>11</b>
<b>BÀI TẬP DẠNG TOÁN GIÁ THÀNH BÌNH QUÂN.....</b>	<b>13</b>
Bài 1.....	13
Bài 2.....	14
Bài 3.....	14
<b>BÀI TẬP CHƯƠNG CHỈ SỐ.....</b>	<b>18</b>
Bài 1.....	18
Bài 2.....	19
Bài 3.....	20
Bài 4.....	22
Bài 5.....	23
Bài 6.....	25
Bài 7.....	26

BÀI TẬP DÃY SỐ THỜI GIAN .....	29
Bài 1 .....	29
Bài 2 .....	31
Bài 3 .....	32
Bài 4 .....	34
Bài 5 .....	36
Bài 6 .....	38
Bài 7 .....	39
BÀI TẬP LÝ THUYẾT PHÂN TỬ VÀ ĐIỀU TRA CHỌN MẪU.....	41
Bài 1 .....	41
Bài 2 .....	43
Bài 3 .....	44
Bài 4 .....	46
Bài 5 .....	48

PHAN CHÂU THÔNG 12DOH