**TRƯỜNG ĐẠI HỌC TÀI CHÍNH - MARKETING**
**KHOA CÁC MÔN KHOA HỌC CƠ BẢN**
**BỘ MÔN TOÁN - THỐNG KÊ**

**ThS. LÊ TRƯỜNG GIANG**

**BÀI TẬP ÔN THI**

# XÁC SUẤT - THỐNG KÊ

*(Tài liệu lưu hành nội bộ)*

Tp. Hồ Chí Minh, ngày 16, tháng 04, năm 2015

# Chương 1

# Biến cố ngẫu nhiên và xác suất

**Bài 1.1.** Một hộp chứa 3 bi trắng, 7 bi đỏ và 15 bi xanh. Một hộp khác chứa 10 bi trắng, 6 bi đỏ và 9 bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một bi. Tìm xác suất để hai bi rút ra cùng màu.

*Giải*

Gọi $A$ là biến cố hai bi rút ra cùng màu, khi đó

$$P\left(A\right) = \frac{3}{25}\frac{10}{25} + \frac{7}{25}\frac{6}{25} + \frac{15}{25}\frac{9}{25} = \frac{207}{625}.$$

**Bài 1.2.** Tìm xác suất của điểm M rơi vào hình tròn nội tiếp tam giác đều cạnh $a = 2cm$.

*Giải*

Gọi $A$ là biến cố điểm $M$ rơi vào hình tròn nội tiếp tam giác đều cạnh $a = 2cm$. Gọi $h$ là đường cao trong tam giác đều, khi đó $h = a.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

+ Ta có diện tích của tam giác đều đã cho là

$$mes\left(\Omega\right) = \frac{1}{2}ah = \sqrt{3}$$

+ Ta có diện tích hình tròn đã cho là

$$mes\left(A\right) = \pi.R^2 = \frac{1}{9}\pi h^2 = \frac{\pi}{3}.$$

Vậy theo công thức xác suất hình học ta có

$$P\left(A\right) = \frac{mes\left(A\right)}{mes\left(\Omega\right)} = \frac{\pi/3}{\sqrt{3}} \approx 0,605.$$

**Bài 1.3.** Giả sử A và B hẹn gặp nhau trong khoảng thời gian [0;60] với điều kiện người thứ nhất tới sẽ đợi người kia trong 20 đơn vị thời gian, sau đó đi khỏi. Tính xác suất để A và B gặp nhau.

*Giải*

Giả sử $x$ là thời gian đến của $A$, $y$ là thời gian đến của $B$. Khi đó, không gian các biến cố sơ cấp tương ứng với phép thử sẽ là tập hợp $\Omega$ có dạng

$$\{(a,b) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 60 \text{ và } 0 \le y \le 60\}.$$

Kí hiệu $C$ là biến cố 2 người gặp nhau, khi đó

$$C = \{(x,y) \in \Omega; |x-y| \le 20\}.$$

Vậy theo công thức xác suất hình học ta có

$$P(C) = \frac{60^2 - (60-20)^2}{60^2} = \frac{5}{9}.$$

**Bài 1.4.** Từ một hộp chứa 8 viên bi đỏ và 5 viên bi trắng người ta lấy ngẫu nhiên 2 lần, mỗi lần 1 viên bi, không hoàn lại. Tính xác suất để lấy được:

a) 2 viên bi đỏ

b) 2 viên bi khác màu

c) Viên bi thứ hai là bi trắng.

*Giải*

Với $i \in \{1,2\}$, đặt:

$T_i$: "viên bi lấy ra lần thứ i là bi trắng",

$D_i$: "viên bi lấy ra lần thứ i là bi đỏ".

a) Đặt $A$: "lấy được 2 viên bi đỏ", chúng ta có:

$$P(A) = P(D_1D_2) = P(D_1).P(D_2/D_1) = \frac{8}{13}.\frac{7}{12} = \frac{14}{39}$$

b) Đặt $B$: "lấy được hai viên bi khác màu", chúng ta có:

$$\begin{aligned} P(B) &= P(T_1D_2 + D_1T_2) = P(T_1D_2) + P(D_1T_2) \\ &= P(T_1)P(D_2/T_1) + P(D_1)P(T_2/D_1) \\ &= \frac{5}{13}\frac{8}{12} + \frac{8}{13}\frac{5}{12} \\ &= \frac{20}{39} \end{aligned}$$

c) tương tự ta có $P(T_2) = \dfrac{5}{13}$.

**Bài 1.5.** Ba người cùng vào một cửa hàng. Mỗi người muốn mua cùng một cái Tivi, nhưng cửa hàng chỉ còn hai cái Tivi. Người bán hàng làm 3 lá thăm, trong đó có hai lá được đánh dấu. Mỗi người lần lượt rút một lá thăm. Nếu ai rút được lá có đánh dấu thì được mua Tivi. Chứng minh rằng cách làm trên là công bằng cho cả ba người mua hàng.

*Giải*

Với $i \in \{1, 2, 3\}$, đặt $A_i$: "người thứ i rút được lá thăm có đánh dấu", chúng ta có:

- $P(A_1) = \frac{2}{3}$,
- $A_2 = A_1A_2 + \overline{A_1}A_2$, nên

$$P\left(A_2\right) = P\left(A_1\right).P\left(A_2/A_1\right) + P\left(\overline{A_1}\right).P\left(A_2/\overline{A_1}\right) = \frac{2}{3}.\frac{1}{2} + \frac{1}{3}.1 = \frac{2}{3}$$

- $A_3 = \overline{A_1}A_2A_3 + A_1\overline{A_2}A_3 \Rightarrow P\left(A_3\right) = P\left(\overline{A_1}A_2A_3\right) + P\left(A_1\overline{A_2}A_3\right) = \frac{2}{3}$

Vậy cách làm trên là công bằng cho cả 3 người mua hàng.

**Bài 1.6.** Có hai hộp thuốc. Hộp thứ nhất đựng 8 lọ thuốc, trong đó có 3 lọ kém chất lượng; hộp thứ hai đựng 6 lọ thuốc, trong đó có hai lọ kém chất lượng.

a) Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một lọ. Tính xác suất để được 1 lọ tốt và 1 lọ kém chất lượng.

b) Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi từ hộp đó lấy ra một lọ thì được lọ kém chất lượng. Tính xác suất để lọ kém chất lượng đó thuộc hộp 2.

*Giải*

a) Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp ra một lọ:

Với $i \in \{1, 2\}$, đặt tên các biến cố:

$T_i$: "Lọ thuốc lấy ra từ hộp thứ i là lọ tốt",

$K_i$: "Lọ thuốc lấy ra từ lọ thứ i là lọ kém chất lượng".

Khi đó ta có

$$\begin{aligned}
&A = K_1T_2 + T_1K_2\\
&\Rightarrow P\left(A\right) = P\left(K_1T_2 + T_1K_2\right) = P\left(K_1T_2\right) + P\left(T_1K_2\right)\\
&= P\left(K_1\right)P\left(T_2\right) + P\left(T_1\right)P\left(K_2\right) = \frac{11}{24}
\end{aligned}$$

b) Lấy ngẫu nhiên một hộp rồi từ hộp đó lấy ra một lọ:

Đặt $H_i$: "lấy được hộp thứ i" ($i = \overline{1,2}$) và $B$: "lấy được lọ kém chất lượng".

Chúng ta có:

$$\begin{array}{l} B = H_1B + H_2B \\ P\left(H_1\right) = P\left(H_2\right) = \frac{1}{2}; \\ P\left(B/H_1\right) = \frac{3}{8}; \\ P\left(B/H_2\right) = \frac{2}{6} \end{array}$$

Vậy xác suất cần tìm là

$$\begin{aligned} P\left(H_2/B\right) &= \frac{P\left(H_2\right).P\left(B/H_2\right)}{P\left(B\right)} \\ &= \frac{P\left(H_2\right).P\left(B/H_2\right)}{P\left(H_1\right).P\left(B/H_1\right) + P\left(H_2\right).P\left(B/H_2\right)} \\ &= \frac{8}{17} \end{aligned}$$

**Bài 1.7.** Có hai hộp đựng bi: hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đen; hộp II có 6 bi trắng và 4 bi đen. Lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp I bỏ sang hộp II, rồi từ hộp II lấy ngẫu nhiên ra 1 bi. Tính xác suất:

a) Bi lấy từ hộp II là bi trắng.

b) Bi lấy từ hộp I sang hộp II là bi trắng, biết rằng bi lấy từ hộp II là bi trắng.

*Giải*

Gọi $T_i$: "biến cố bi lấy từ hộp thứ i là bi trắng", $i = 1, 2$.

a) Ta cần tính $P(T_2)$. Ta có $\{T_1, \overline{T_1}\}$ là hệ đầy đủ và xung khắc.

áp dụng CTXSTP:

$$\begin{aligned} P\left(T_2\right) &= P\left(T_1\right).P\left(T_2/T_1\right) + P\left(\overline{T_1}\right).P\left(T_2/\overline{T_1}\right) \\ &= \frac{5}{12}.\frac{7}{11} + \frac{7}{12}.\frac{6}{11} = \frac{7}{12} \approx 0,5833. \end{aligned}$$

b) Ta cần tính:

$$P\left(T_1/T_2\right) = \frac{P\left(T_1.T_2\right)}{P\left(T_2\right)} = \frac{P\left(T_1\right).P\left(T_2/T_1\right)}{P\left(T_2\right)} = \frac{5}{11} \approx 0,4545.$$

**Bài 1.8.** Điều tra về giới tính của sinh viên ở một trường học, người ta thấy rằng có 65% nam và 35% nữ. Trong đó, tỷ lệ học sinh nữ và nam thích chơi game tương ứng là 20% và 25%. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên của trường này, tính xác suất:

a) Sinh viên được chọn thích chơi game.

b) Sinh viên được chọn là nam, biết rằng sinh viên này thích chơi game.

*Giải*

a) Gọi $A$ là biến cố chọn được sinh viên thích chơi game; $A_1$ là biến cố chọn được sinh viên nữ; $A_2$ là biến cố chọn được sinh viên nam.

Ta có $P(A_1) = 35\%; P(A_2) = 65\%$ và $\{A_1, A_2\}$ là hệ đầy đủ

áp dụng CTXSTP:

$$P(A) = P(A_1).P(A/A_1) + P(A_2).P(A/A_2) = 35\%.20\% + 65\%.25\% = 0.2325.$$

b) Ta cần tính:

$$P(A_2/A) = \frac{P(A_2.A)}{P(A)} = \frac{P(A_2).P(A/A_2)}{P(A)} = 0,6989.$$

**Bài 1.9.** Một nhà máy có hai phân xưởng. Sản lượng của phân xưởng I gấp 3 lần sản lượng của phân xưởng II. Tỷ lệ phế phẩm của phân xưởng I và II lần lượt là 3% và 5%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm của nhà máy, tính xác suất:

a) Chọn được sản phẩm tốt do phân xưởng I sản xuất.

b) Chọn được 1 phế phẩm.

c) Giả sử chọn được sản phẩm tốt, tính xác suất để sản phẩm này do phân xưởng I sản xuất.

*Giải*

Gọi $A$ là biến cố chọn được sản phẩm tốt; $A_i$ là biến cố chọn được sản phẩm do phân xưởng thứ i sản xuất, $i = 1, 2$.

$$\Rightarrow P(A_1) = \frac{3}{4}; P(A_2) = \frac{1}{4}$$

a) Ta cần tính:

$$P(A.A_1) = P(A_1).P(A/A_1) = \frac{3}{4}.(1 - 3\%) = 0,7275$$

b) Ta cần tính: $P(\overline{A})$. Ta có: $\{A_1, A_2\}$ là hệ đầy đủ

áp dụng CTXSTP:

$$P(\overline{A}) = P(A_1).P(\overline{A}/A_1) + P(A_2).P(\overline{A}/A_2) = \frac{3}{4}.3\% + \frac{1}{4}.5\% = 0.035.$$

c) Ta cần tính:

$$P\left(A_1/A\right)=\frac{P\left(A_1.A\right)}{P\left(A\right)}=\frac{P\left(A_1\right).P\left(A/A_1\right)}{P\left(A\right)}.$$

áp dụng CTXSTP ta có:

$$P\left(A\right)=P\left(A_1\right).P\left(A/A_1\right)+P\left(A_2\right).P\left(A/A_2\right)=\frac{3}{4}.97\%+\frac{1}{4}.95\%=0,965.$$

Khi đó, $P\left(A_1/A\right)=\dfrac{\frac{3}{4}.97\%}{0,965}\approx 0,7539.$

**Bài 1.10.** Cho 3 hộp linh kiện máy tính mà khả năng lựa chọn của mỗi hộp là như nhau. Hộp thứ nhất có 30 linh kiện, trong đó có 20 linh kiện tốt và 10 linh kiện xấu. Hộp thứ hai có 30 linh kiện đều tốt. Hộp thứ ba có 30 linh kiện, trong có 15 linh kiện tốt và 15 linh kiện xấu. Chọn ngẫu nhiên một hộp và từ đó lấy ngẫu nhiên 1 linh kiện.

a) Tính xác suất linh kiện lấy ra là linh kiện tốt.

b) Giả sử linh kiện lấy ra là tốt. Tìm xác suất để linh kiện đó là của hộp thứ 3.

*Giải*

a) Gọi $A$ là biến cố lấy ra là tốt và $B_i$ là biến cố linh kiện lấy ra từ hộp thứ $i; i=1,2,3$.

Dễ thấy $B_1, B_2, B_3$ lập thành một hệ đầy đủ các biến cố. Theo công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$\begin{aligned}P\left(A\right) &= P\left(B_1\right).P\left(A/B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(A/B_2\right)+P\left(B_3\right).P\left(A/B_3\right)\\ &= \frac{1}{3}\left(\frac{20}{30}+\frac{30}{30}+\frac{15}{30}\right)=\frac{13}{18}.\end{aligned}$$

b) Xác suất để linh kiện tốt lấy ra là của hộp thứ 3:

$$P\left(B_3/A\right)=\frac{P\left(B_3\right).P\left(A/B_3\right)}{P\left(A\right)}=0,23.$$

**Bài 1.11.** Trong một bệnh viện, tỉ lệ bệnh nhân các tỉnh như sau: tỉnh A có 25%, tỉnh B có 35%, tỉnh C có 40%. Biết rằng tỉ lệ bệnh nhân là giáo viên các tỉnh là: tỉnh A có 2%, tỉnh B có 3% và tỉnh C có 3,5%. Chọn ngẫu nhiên một bệnh nhân, tính xác suất để bệnh nhân đó là giáo viên.

*Giải*

Gọi $X, Y, Z$ lần lượt là biến cố bệnh nhân được chọn thuộc tỉnh A, B, C. Các biến cố này tạo thành nhóm biến cố đầy đủ với xác suất:

$$P(X) = \frac{1}{4}; P(Y) = \frac{7}{20}; P(Z) = \frac{2}{5}$$

Gọi $U$ là biến cố bệnh nhân được chọn là giáo viên, khi đó ta có

$$P(U/X) = \frac{2}{100}; P(U/Y) = \frac{3}{100}; P(U/Z) = \frac{7}{200}$$

Theo công thức xác suất đầy đủ, ta có

$$P\left(U\right) = P\left(X\right).P\left(U/X\right) + P\left(Y\right).P\left(U/Y\right) + P\left(Z\right).P\left(U/Z\right) = 0,0295.$$

**Bài 1.12.** Nhân viên một công ty A nhận về 3 kiện hàng để bán trong một cửa hàng trưng bày sản phẩm. Mỗi kiện hàng gồm 10 sản phẩm, trong đó gồm có sản phẩm loại I và sản phẩm loại II. Kiện hàng thứ nhất có 6 sản phẩm loại I, kiện hàng thứ hai có 8 sản phẩm loại I và kiện hàng thứ ba có 9 sản phẩm loại I. Nhân viên bán hàng chọn ngẫu nhiên một kiện và từ kiện đó chọn ngẫu nhiên 2 sản phẩm để trưng bày.

a. Tính xác suất để 2 sản phẩm trưng bày là 2 sản phẩm loại I.

b. Giả sử đã chọn 2 sản phẩm để trưng bày là sản phẩm loại I. Tính xác suất để 2 sản phẩm loại I này thuộc kiện hàng thứ ba.

*Giải*

a) + Gọi $A$ là biến cố 2 sản phẩm trưng bày là 2 sản phẩm loại I.
$A_i$ là biến cố 2 sản phẩm này thuộc kiện hàng thứ $i$, $i \in \{1,2,3\}$.
Ta có hệ $\{A_1, A_2, A_3\}$ là hệ đầy đủ các biến cố.
+ Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có

$$\begin{aligned} P\left(A\right) &= \sum_{i=1}^{3} P\left(A_i\right) P\left(A/A_i\right) \\ &= P\left(A_1\right) P\left(A/A_1\right) + P\left(A_2\right) P\left(A/A_2\right) + P\left(A_3\right) P\left(A/A_3\right) \\ &= \frac{1}{3}.\frac{C_6^2}{C_{10}^2} + \frac{1}{3}.\frac{C_8^2}{C_{10}^2} + \frac{1}{3}.\frac{C_9^2}{C_{10}^2} = \frac{79}{135} \end{aligned}$$

b) Áp dụng công thức Bayes, ta có xác suất cần tìm

$$P\left(A_3/A\right) = \frac{P\left(A_3\right) P\left(A/A_3\right)}{P\left(A\right)} = \frac{\frac{1}{3}.\frac{C_9^2}{C_{10}^2}}{\frac{79}{135}} = \frac{36}{79}$$

**Bài 1.13.** Có hai hộp sản phẩm, mỗi hộp chứa 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Người ta chuyển 1 sản phẩm từ hộp I sang hộp II, sau đó chuyển trả lại 1 sản phẩm từ hộp II về hộp I. Cuối cùng người đó lấy ở mỗi hộp ra 1 sản phẩm. Tính xác suất để cả 2 sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm.

*Giải*

+ Gọi $A$ là biến cố cả hai sản phẩm lấy ra đều là chính phẩm;

$H_1$ là biến cố chuyển 1CP từ hộp I sang hộp II và chuyển 1CP từ hộp II sang hộp I;

$H_2$ là biến cố chuyển 1PP từ hộp I sang hộp II và chuyển 1PP từ hộp II sang hộp I;

$H_3$ là biến cố chuyển 1CP từ hộp I sang hộp II và chuyển 1PP từ hộp II sang hộp I;

$H_4$ là biến cố chuyển 1PP từ hộp I sang hộp II và chuyển 1CP từ hộp II sang hộp I;

+ Ta có

$$P\left(H_1\right) = \frac{8}{10}.\frac{9}{11} = \frac{72}{110};$$
$$P\left(H_2\right) = \frac{2}{10}.\frac{3}{11} = \frac{6}{110};$$
$$P\left(H_3\right) = \frac{8}{10}.\frac{2}{11} = \frac{16}{110};$$
$$P\left(H_4\right) = \frac{2}{10}.\frac{8}{11} = \frac{16}{110};$$

+ Xác suất cần tìm

$$P\left(A\right) = \sum_{i=1}^{4} P\left(H_i\right) P\left(A/H_i\right) \approx 0,6371$$

**Bài 1.14.** Ba người mỗi người bắn một viên đạn vào cùng một mục tiêu với xác suất bắn trúng lần lượt là 0,7; 0,8 và 0,9. Biết rằng có ít nhất một viên trúng đích, tính xác suất để người thứ nhất bắn trúng.

*Giải*

+ Gọi $A$ là biến cố có ít nhất một viên trúng đích; $A_i$ là biến cố người thứ i bắn trúng, $i \in \{1,2,3\}$.

+ Ta có

$$P\left(A\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - P\left(\overline{A_1 A_2 A_3}\right) = 1 - 0,3.0,2.0,1 = 0,994$$

+ Xác suất cần tìm

$$P\left(A_1/A\right) = \frac{P\left(A_1 A\right)}{P\left(A\right)} = \frac{P\left(A_1\overline{A_2}\overline{A_3} + A_1 A_2 \overline{A_3} + A_1 \overline{A_2} A_3 + A_1 A_2 A_3\right)}{P\left(A\right)} \approx 0,7042$$

**Bài 1.15.** Một hộp đựng 15 quả bóng bàn trong đó có 9 quả còn mới và 6 quả đã sử dụng. Lần đầu người ta lấy ngẫu nhiên 3 quả trong 15 quả để thi đấu, sau đó lại trả vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 3 quả. Tìm xác suất để cả 3 quả lấy ra lần sau đều mới.

*Giải*

+ Gọi $A$ là biến cố 3 quả bóng lấy ra lần sau đều mới.

$A_i$ là biến cố 3 quả bóng lấy ra lần đầu có $i$ quả bóng mới, $i \in \{0, 1, 2, 3\}$.

Ta có hệ $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$ là hệ đầy đủ các biến cố.

+ Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=0}^{n} P(A_i) P(A/A_i) \\ &= P(A_0) P(A/A_0) + P(A_1) P(A/A_1) + P(A_2) P(A/A_2) + P(A_3) P(A/A_3) \\ &= \frac{C_6^3}{C_{15}^3} \cdot \frac{C_9^3}{C_{15}^3} + \frac{C_9^1 C_6^2}{C_{15}^3} \cdot \frac{C_8^3}{C_{15}^3} + \frac{C_9^2 C_6^1}{C_{15}^3} \cdot \frac{C_7^3}{C_{15}^3} + \frac{C_9^3}{C_{15}^3} \cdot \frac{C_6^3}{C_{15}^3} \approx 0,089 \end{aligned}$$

**Bài 1.16.** Có hai chuồng nuôi gà cùng kích thước đặt cạnh nhau; chuồng thứ I có 5 con mái và 9 con trống; chuồng thứ II có 4 con mái và 6 con trống. Để cân đối số lượng gà trong mỗi chuồng, người ta chọn ngẫu nhiên 2 con gà từ chuồng I cho vào chuồng II. Sau đó chọn ngẫu nhiên 2 con gà từ chuồng II để làm thịt. Tính xác suất để

a. Hai con gà chọn ra là gà trống.

b. Hai con gà chọn ra gồm một con trống và một con mái.

*Giải*

a) + Gọi $A$ là biến cố 2 con gà chọn ra là gà trống.

$A_i$ là biến cố 2 con gà từ chuồng I vào chuồng II có $i$ con gà trống, $i \in \{0, 1, 2\}$.

Ta có hệ $\{A_0, A_1, A_2\}$ là hệ đầy đủ các biến cố.

+ Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có

$$\begin{aligned} P(A) &= \sum_{i=0}^{n} P(A_i) P(A/A_i) \\ &= P(A_0) P(A/A_0) + P(A_1) P(A/A_1) + P(A_2) P(A/A_2) \\ &= \frac{C_5^2}{C_{14}^2} \cdot \frac{C_6^2}{C_{12}^2} + \frac{C_5^1 C_9^1}{C_{14}^2} \cdot \frac{C_7^2}{C_{12}^2} + \frac{C_9^2}{C_{14}^2} \cdot \frac{C_8^2}{C_{12}^2} \approx 0,35 \end{aligned}$$

b) + Gọi $B$ là biến cố 2 con gà chọn ra gồm 1 gà trống và 1 gà mái.

$A_i$ là biến cố 2 con gà từ chuồng I vào chuồng II có $i$ con gà trống, $i \in \{0, 1, 2\}$.

Ta có hệ $\{A_0, A_1, A_2\}$ là hệ đầy đủ các biến cố.

+ Áp dụng công thức xác suất đầy đủ ta có

$$\begin{aligned} P(B) &= \sum_{i=0}^{n} P(A_i) P(B/A_i) \\ &= P(A_0) P(B/A_0) + P(A_1) P(B/A_1) + P(A_2) P(B/A_2) \\ &= \frac{C_5^2}{C_{14}^2} \cdot \frac{C_6^1 C_6^1}{C_{12}^2} + \frac{C_5^1 C_9^1}{C_{14}^2} \cdot \frac{C_5^1 C_7^1}{C_{12}^2} + \frac{C_9^2}{C_{14}^2} \cdot \frac{C_4^1 C_8^1}{C_{12}^2} \approx 0,51 \end{aligned}$$

**Bài 1.17.** Gieo 100 hạt đậu tương. Xác suất nảy mầm của mỗi hạt là 0,9. Tính xác suất để trong 100 hạt:

a) Có 85 hạt nảy mầm.

b) Có ít nhất 99 hạt nảy mầm.

*Giải*

a) Gọi $A$ là biến cố có 85 hạt nảy mầm, khi đó ta có

$$P(A) = P_{100}(85) = C_{100}^{85}(0,9)^{85}(0,1)^{15} = 0,0327$$

b) Gọi $B$ là biến cố có ít nhất 99 hạt nảy mầm. Ta cần tính $P(B)$. Gọi $C$ là biến cố có 99 hạt nảy mầm và $D$ là biến cố có 100 hạt nảy mầm.

Ta có $B = C + D$ ($C$ và $D$ xung khắc)

$$\begin{aligned} \Rightarrow P(B) &= P(C) + P(D) \\ &= P_{100}(99) + P_{100}(100) \\ &= C_{100}^{99}(0,9)^{99}(0,1)^{1} + C_{100}^{100}(0,9)^{100}(0,1)^{0} \\ &= 0,0003. \end{aligned}$$

**Bài 1.18.** Ngân hàng đề thi môn Xác Suất Thống Kê có 500 câu hỏi. Thầy Hùng chọn ngẫu nhiên 20 câu hỏi để làm đề thi cuối kỳ. Mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng đạt 0,5 điểm. Bạn Hậu làm bài thi bằng cách chọn hú họa một phương án cho mỗi câu hỏi. Tính xác suất để bạn Hậu đạt 8 điểm.

*Giải*

Gọi $A$ là biến cố bạn Hậu đạt 8 điểm.

Theo đề bài ta có lược đồ Bernoulli với:

+ Số phép thử : $n = 20$.

+ Xác suất để bạn Hậu trả lời đúng 1 câu hỏi: $p = 0,25$.

Ta có

$$P(A) = P_{20}(16) = C_{20}^{16}(0,25)^{16}(0,75)^{4} = 0,357.10^{-6}$$

**Bài 1.19.** Tỉ lệ sản xuất ra phế phẩm của một máy là 8%. Xem một lô hàng gồm 75 sản phẩm do máy đó sản xuất ra.

a) Tính xác suất để trong lô hàng có 10 phế phẩm.

b) Tính xác suất để có ít nhất một phế phẩm?

*Giải*

Nếu xem việc máy sản xuất ra một sản phẩm là một phép thử Bernoulli, với xác suất cho "thành công" là $p = 0,08$, thì khi máy đó sản xuất 75 sản phẩm, nó đã thực hiện quá trình $B(75; 0,08)$.

a) Xác suất phải tính:

$$P_{75}(10) = C_{75}^{10}(0,08)^{10}.(0,92)^{65} \approx 0,03941$$

b) Gọi $B$ là biến cố có ít nhất 1 phế phẩm

$$P(B) = 1 - (1-p)^n = 1 - (1 - 0,08)^{75} \approx 0,998$$

**Bài 1.20.** Người ta muốn lấy ngẫu nhiên một số hạt từ một lô hạt giống có tỉ lệ hạt lép là 3% để nghiên cứu. Hỏi phải lấy ít nhất bao nhiêu hạt sao cho xác suất để có ít nhất một hạt lép không bé hơn 95%.

*Giải*

Gọi $n$ là số hạt phải lấy, chúng ta có $B(n; 0.03)$. Xác suất để có ít nhất một hạt lép là $1 - (1 - 0,03)^n = 1 - (0,97)^n$.

Theo giả thiết, chúng ta có:

$$1 - (0,97)^n \geq 0,95 \Leftrightarrow (0,97)^n \leq 0,05 \Leftrightarrow n \geq 98,3523$$

Vậy, phải lấy ít nhất 99 hạt giống.

# Chương 2

# Biến ngẫu nhiên

**Bài 2.1.** Lô hàng I có 10 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm, lô hàng II có 14 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên từ lô hàng I ra 1 sản phẩm và bỏ vào lô hàng II. Sau đó, từ lô hàng II chọn ngẫu nhiên ra 3 sản phẩm. Gọi $X$ là số sản phẩm tốt trong 3 sản phẩm lấy ra từ lô hàng II.

a) Lập bảng phân phối xác suất của X.

b) Tính $P(1 < X \leq 4)$ .

*Giải*

a) Lập bảng PPXS của X:

Ta có: $X = 0, 1, 2, 3$.

Gọi $A$ là biến cố sản phẩm lấy từ lô hàng I bỏ vào lô hàng II là sản phẩm tốt.

$\Rightarrow \left\{A, \overline{A}\right\}$ là hệ đầy đủ, do đó áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$\begin{aligned} P\left(X = k\right) &= P\left(A\right).P\left(X = k/A\right) + P\left(\overline{A}\right).P\left(X = k/\overline{A}\right) \\ &= \frac{10}{12}.\frac{C_{15}^{k}.C_{5}^{3-k}}{C_{20}^{3}} + \frac{2}{12}.\frac{C_{14}^{k}.C_{6}^{3-k}}{C_{20}^{3}},\ k = \overline{0,3} \end{aligned}$$

Vậy bảng phân phối xác suất của X là:

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | $\frac{7}{684}$ | $\frac{8}{57}$ | $\frac{1057}{2280}$ | $\frac{2639}{6840}$ |

b) Dựa vào bảng phân phối xác suất, ta có:

$$P\left(1 < X \leq 4\right) = P\left(X = 2\right) + P\left(X = 3\right) = \frac{581}{684} \approx 0,8494.$$

**Bài 2.2.** Kiện hàng I có 12 sản phẩm trong đó có 3 phế phẩm, kiện hàng II có 15 sản phẩm trong đó có 5 phế phẩm. Chọn ngẫu nhiên từ mỗi kiện hàng ra 1 sản phẩm. Gọi $X$ là số sản phẩm tốt chọn được. Lập bảng phân phối xác suất của $X$.

*Giải*

Ta có $X = 0, 1, 2$.

Gọi $A_i$ là biến cố sản phẩm lấy ra từ kiện hàng I là sản phẩm tốt, $i = 1, 2$.

$\Rightarrow \left\{A, \overline{A}\right\}$ là hệ độc lập.

áp dụng công thức nhân:

$$P\left(X=0\right) = P\left(\overline{A_1.A_2}\right) = P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right) = \tfrac{3}{12}.\tfrac{5}{15} = \tfrac{1}{12},$$

$$P\left(X=2\right) = P\left(A_1.A_2\right) = P\left(A_1\right).P\left(A_2\right) = \tfrac{9}{12}.\tfrac{10}{15} = \tfrac{1}{2},$$

$$P\left(X=1\right) = 1 - P\left(X=0\right) - P\left(X=2\right) = \tfrac{5}{12}.$$

Vậy bảng PPXS của $X$ là:

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $p$ | $\frac{1}{12}$ | $\frac{5}{12}$ | $\frac{1}{2}$ |

**Bài 2.3.** Một xạ thủ có 4 viên đạn, bắn lần lượt từng viên vào một mục tiêu một cách độc lập. Xác suất trúng mục tiêu ở mỗi lần bắn là 0,7. Nếu có 1 viên trúng mục tiêu hoặc hết đạn thì dừng. Gọi $X$ là số viên đạn đã bắn.

a) Lập bảng phân phối xác suất của X.

b) Tính $P(2 \leq X < 4)$.

*Giải*

a) Lập bảng PPXS của X:

Ta có $X = \overline{1, 4}$.

Gọi $A_i$ là biến cố viên đạn thứ i trúng mục tiêu, $i = \overline{1, 4}$.

Theo giả thiết, $\{A_1, A_2, A_3\}$ là hệ độc lập toàn phần.

Ta tính các xác suất:

$$P\left(X=1\right) = P\left(A_1\right) = 0,7;$$

$$P\left(X=2\right) = P\left(\overline{A_1}.A_2\right) = P\left(\overline{A_1}\right).P\left(A_2\right) = 0,3.0,7 = 0,21;$$

$$P\left(X=3\right) = P\left(\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3\right) = P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(A_3\right) = 0,3.0,3.0,7 = 0,063;$$

$$P\left(X=4\right) = 1 - P\left(X=1\right) - P\left(X=2\right) - P\left(X=3\right) = 0,027.$$

Vậy bảng PPXS của $X$ là:

| $X$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0,7 | 0,21 | 0,063 | 0,027 |

b) Dựa vào bảng PPXS: $P(2 \leq X < 4) = P(X = 2) + P(X = 3) = 0,273$.

**Bài 2.4.** Cho X là BNN rời rạc có bảng phân phối xác suất là

| $X$ | -2 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0.1 | 0.2 | 0.1 | 0.5 | 0.1 |

a) Tìm hàm phân phối xác suất của $X$.

b) Tính các xác suất $P(0 \leq X < 3)$; $\quad P(-2 < X \leq 3)$.

*Giải*

a)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu} & x \geq -2 \\ 0,1 & \text{nếu} & -2 < x \leq 0 \\ 0,3 & \text{nếu} & 0 < x \leq 1 \\ 0,4 & \text{nếu} & 1 < x \leq 2 \\ 0,9 & \text{nếu} & 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{nếu} & x > 3 \end{cases}$$

b) Dựa vào bảng PPXS:

$$P(0 \leq X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,8;$$
$$P(-2 < X \leq 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0,9.$$

**Bài 2.5.** Có 20 chi tiết máy, trong đó có 15 chi tiết máy tốt. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 chi tiết máy. Gọi $X$ là số chi tiết máy tốt trong số 4 chi tiết máy được lấy ra.

a) Xác định quy luật phân phối xác suất của $X$.

b) Tính xác suất để lấy được 3 chi tiết máy tốt.

c) Tính trung bình số chi tiết máy tốt được lấy ra và phương sai của $X$.

*Giải*

a) $X$ tuân theo phân phối siêu bội $X \sim H(20, 15, 4)$.

b) Ta có

$$P(X = k) = \frac{C_{15}^{k}.C_{5}^{4-k}}{C_{20}^{4}} \quad \left(k = \overline{0,4}\right)$$

Do đó,

$$P\left(X=3\right)=\frac{C_{15}^{3}.C_{5}^{1}}{C_{20}^{4}}=\frac{455}{969}\approx 0,4696.$$

c) Trung bình số chi tiết tốt được lấy ra: $E(X)=np=4.\frac{15}{20}=3.$

Phương sai: $D(X)=npq\dfrac{N-n}{N-1}=4.\dfrac{15}{20}.\dfrac{5}{20}.\dfrac{16}{19}\approx 0,6316$

**Bài 2.6.** Một đề thi có 10 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Sinh viên A trả lời một cách ngẫu nhiên tất cả các câu hỏi. Gọi $X$ là số câu trả lời đúng trong 10 câu.

a) Xác định quy luật phân phối của X.

b) Tính xác suất để sinh viên A trả lời đúng từ 2 đến 3 câu hỏi.

c) Tính xác suất để sinh viên A trả lời đúng ít nhất một câu hỏi.

d) Tính trung bình số câu hỏi được trả lời đúng và phương sai của X.

e) Tính số câu hỏi mà sinh viên A có khả năng trả lời đúng lớn nhất.

*Giải*

a) $X$ tuân theo phân phối nhị thức: $X\sim B(10;0,25)$.

b) Ta có

$$P\left(2\leq X\leq 3\right)=P\left(X=2\right)+P\left(X=3\right)$$

$$=C_{10}^{2}(0,25)^{2}(0,75)^{8}+C_{10}^{3}(0,25)^{3}(0,75)^{7}\approx 0,531.$$

c) Ta có

$$P\left(X\geq 1\right)=1-P\left(X<1\right)=1-P\left(X=0\right)\approx 0,943.$$

d)Kỳ vọng và phương sai

$$E\left(X\right)=np=10.0,25=2,5;$$
$$D\left(X\right)=npq=10.0,25.0,75=1,875.$$

e) Số câu hỏi mà sinh viên có khả năng trả lời đúng nhất chính là $Mod(X)$, ta có

$$np-q\leq Mod(X)\leq np+p\Leftrightarrow 1,75\leq Mod\left(X\right)\leq 2,75$$

Vậy $Mod(X)=2$.

**Bài 2.7.** một người nuôi 160 con gà mái cùng loại. Xác suất để 1 con gà đẻ trứng trong ngày là 0,8.Giả sử mỗi trứng bán được 2200 đồng, tiền cho mỗi con gà ăn trong ngày là 1000 đồng, tính số tiền lãi trung bình thu được trong ngày.

*Giải*

a) Gọi $X$ là số trứng thu được trong ngày, khi đó $X \sim B(160; 0,8)$. Gọi $Y$ là số tiền thu được trong ngày. Ta cần tính $E(Y)$.

Ta có $Y = 2200.X - 1000.160 = 2200X - 160000$. Từ đây suy ra

$$E(Y) = 2200.E(X) - 160000 = 2200.160.0,8 - 160000 = 121600\,\text{đồng}.$$

**Bài 2.8.** Tại một bến cảng, trung bình mỗi ngày có 5 tàu cập bến. Tính xác suất để trong một ngày:

a) Có 3 tàu cập bến.

b) Có ít nhất 4 tàu cập bến.

c) Có đúng 5 tàu cập bến.

d) Có từ 3 đến 7 tàu cập bến.

*Giải*

Gọi $X$ là số tàu cập bến trong một ngày thì $X \sim P(5)$. Do đó,

$$P\left(X = k\right) = \frac{e^{-5}.5^k}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, ...)$$

Ta có:

*a)* $P\left(X = 3\right) = \dfrac{e^{-5}.5^3}{3!} = \dfrac{e^{-5}.125}{6} \approx 0,1404$

*b)* $P\left(X \geq 4\right) = 1 - P\left(X = 0\right) - P\left(X = 1\right) - P\left(X = 2\right) - P\left(X = 3\right) \approx 0,735$

*c)* $P\left(X = 5\right) = \dfrac{e^{-5}.5^5}{5!} = \dfrac{e^{-5}.625}{24} \approx 0,175.$

*d)* $P\left(3 \leq X \leq 7\right) = P\left(X = 3\right) + .. + P\left(X = 7\right) \approx 0,742.$

**Bài 2.9.** Tại một siêu thị, trung bình cứ 5 phút thì có 10 khách đến quầy tính tiền.

a) Tính xác suất để trong 1 phút có 3 khách đến quầy tính tiền.

b) Tính xác suất để trong 1 phút có từ 1 đến 3 khách đến quầy tính tiền.

c) Tính số khách có khả năng đến quầy tính tiền lớn nhất trong 1 giờ.

*Giải*

a) Gọi $X$ là số khách đến quầy tính tiền trong 1 phút thì $X \sim P(\lambda_1)$ với $\lambda_1$ là trung bình số khách đến quầy tính tiền trong 1 phút: $\lambda_1 = \dfrac{1.10}{5} = 2$. Ta có:

$$P\left(X=3\right) = \frac{e^{-\lambda_1}\left(\lambda_1\right)^3}{3!} = \frac{e^{-2}.2^3}{3!} \approx 0,18044$$

b) Ta có

$$P\left(1 \le X \le 3\right) = P\left(X=1\right) + P\left(X=2\right) + P\left(X=3\right) \approx 0.722$$

c) Gọi $Y$ là số khách đến quầy tính tiền trong 1 giờ thì $Y \sim P(\lambda_2)$ với $\lambda_2$ là trung bình số khách đến quầy tính tiền trong 1 giờ: $\lambda_2 = \dfrac{60.10}{5} = 120$.

Số khách có khả năng đến quầy tính tiền lớn nhất trong 1 giờ chính là $Mod(Y)$.

Ta có:

$$\lambda_2 - 1 \le Mod\left(Y\right) \le \lambda_2 \Leftrightarrow 119 \le Mod\left(Y\right) \le 120$$

Vậy $Mod(Y) = 119$ hoặc 120.

**Bài 2.10.** Một người có 4 xe ôtô cho thuê. Hàng ngày, chi phí cho mỗi xe là 10usd (cho dù xe có được thuê hay không). Giá cho thuê mỗi xe là 70usd. Giả sử yêu cầu thuê xe mỗi ngày là BNN có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 2,8$ . Tính số tiền trung bình người này thu được trong một ngày.

*Giải*

Gọi $X$ là số yêu cầu thuê xe mỗi ngày.

Theo giả thiết, $X \sim P(2,8)$ nên $E(X) = 2,8$.

Gọi $Y$ là số tiền thu được trong một ngày, ta có

$$Y = 70X - 10.4 = 70X - 40$$

Vậy số tiền trung bình người này thu được trong một ngày là

$$E(Y) = 70E(X) - 40 = 70.2,8 - 40 = 156$$

**Bài 2.11.** Một cửa hàng trong một khu phố nhập về mỗi ngày 34kg loại thực phẩm này với giá 2500 đồng/kg và bán ra với giá 4000 đồng/kg. Nếu bị ế thì cuối cùng cửa hàng phải bán hạ giá còn 15000 đồng/kg mới hết hàng. Tính tiền lời trung bình của cửa hàng này về loại thực phẩm nói trên trong một ngày. Cho biết nhu cầu hằng ngày của người dân ở một khu phố về một loại thực phẩm tươi sống là BNN X có bảng phân phối xác suất như sau:

| $X(kg)$ | 31 | 32 | 33 | 34 |
|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0.15 | 0.25 | 0.45 | 0.15 |

*Giải*

Gọi $Y$ là số tiền lời cửa hàng thu được trong một ngày.

Ta có $Y = 40000X + 15000(34 - X) - 25000.34 = 25000X - 340000$.

Từ đây ta suy ra

$$E(Y) = E(25000X - 340000) = 25000E(X) - 340000.$$

Theo giả thiết bài toán ta có

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i.p_i = 32,6 \ \ (kg)$$

Vậy $E(Y) = 25000.32,6 - 340000 = 475000$ (đồng).

**Bài 2.12.** Theo số liệu thống kê ở một cửa hàng đậu tương, người ta thấy lượng đậu bán ra là BNN $X$ có bảng phân phối xác suất như sau:

| $X(kg)$ | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|
| $p$ | 0.15 | 0.2 | 0.35 | 0.2 | 0.1 |

Giả sử giá đậu nhập vào là 10000 đồng/kg thì cửa hàng sẽ lãi 5000 đồng/kg; nếu đến cuối ngày không bán được sẽ lỗ 8000 đồng/kg. Vậy mỗi ngày cửa hàng nên nhập bao nhiêu kg đậu để thu được tiền lãi trung bình nhiều nhất?

*Giải*

Gọi $Y$ là tiền lãi cửa hàng thu được trong một ngày; $Z$ là khối lượng đậu mà cửa hàng nên nhập vào mỗi ngày. Ta đi tìm $Z$ sao cho $E(Y)$ nhiều nhất.

Ta nhận thấy rằng $Z$ nhận một trong các giá trị: 10,13,16,19,22.

Ta có

$$\begin{aligned} Y &= 5000X - 8000\,(Z - X) \\ &= 13000X - 8000Z \end{aligned}$$

$\Rightarrow E\,(Y) = 13000X - 8000Z$

Theo giả thiết ta có

$$E(X) = \sum_{i=1}^{4} x_i.p_i = 15,7 \ \ (kg)$$

Suy ra $E(Y) = 13000.15,7 - 8000Z = 204100 - 8000Z$.

Ta lập bảng:

| $X(kg)$ | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 |
|---|---|---|---|---|---|
| $E(Y)$ | 124100 | 108100 | 76100 | 52100 | 28100 |

Vậy cửa hàng nên nhập 10 (kg) đậu tương mỗi ngày.

**Bài 2.13.** Chiều cao của một loại cây lấy gỗ là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo quy luật phân phối chuẩn với chiều cao trung bình là 20m và độ lệch chuẩn là 2,5m. Cây đạt tiêu chuẩn khai thác là cây có chiều cao tối thiểu là 15m. Tính tỷ lệ cây đạt tiêu chuẩn khai thác.

*Giải*

Gọi $X$ là chiều cao của cây. Ta có $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ với $\mu = 20m; \sigma = 2,5m$

Tỷ lệ cây đạt tiêu chuẩn khai thác chính bằng $P(X \geq 15)$, ta có

$$P(X \geq 15) = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{15-20}{2,5}\right) = 0,5 - \Phi_0(-2) = 0,5 + 0,4772 = 0,9772.$$

**Bài 2.14.** Chiều cao của các sinh viên ở một trường đại học là BNN có phân phối chuẩn với chiều cao trung bình là 158cm và độ lệch chuẩn là 7,5cm. Nếu chọn ra 10% sinh viên có chiều cao cao nhất thì chiều cao tối thiểu của sinh viên trong nhóm này là bao nhiêu?

*Giải*

Gọi $X$ là chiều cao của sinh viên thì $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ với $\mu = 158; \sigma = 7,5$. Gọi $a$ là chiều cao tối thiểu trong nhóm sinh viên có chiều cao cao nhất. Ta cần tìm $a$ sao cho $P(X \geq a) = 10\% = 0,1$.

Ta có:

$$P(X \geq a) = 0,1 \Leftrightarrow 0,5 - \Phi_0\left(\frac{a-158}{7,5}\right) = 0,1 \Leftrightarrow \Phi_0\left(\frac{a-158}{7,5}\right) = 0,4$$

Ta suy ra:

$$\frac{a-158}{7,5} = 1,29 \Leftrightarrow a = 167,675.$$

**Bài 2.15.** Điểm thi Toeic của sinh viên năm cuối ở một trường đại học là BNN X có phân phối chuẩn với giá trị trung bình là 560 điểm và độ lệch chuẩn là 78 điểm. Tính:

a) Tỷ lệ sinh viên có điểm từ 600 đến 700 điểm.

b) Tỷ lệ sinh viên có điểm thi trên 500 điểm.

c) Giả sử nhà trường muốn xác định điểm Toeic tối thiểu để sinh viên có thể ra trường với tỷ lệ 80%, tính điểm Toeic tối thiểu này.

*Giải*

Gọi $X$ là điểm thi Toeic của sinh viên. Ta có $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ với $\mu = 560; \sigma = 78$.

a) Tỷ lệ sinh viên có điểm từ 600 đến 700 điểm là:

$$\begin{aligned} P(600 < X < 700) &= \Phi_0\left(\frac{700-\mu}{\sigma}\right) - \Phi_0\left(\frac{600-\mu}{\sigma}\right) \\ &= \Phi_0\left(\frac{700-560}{78}\right) - \Phi_0\left(\frac{600-560}{78}\right) \\ &= \Phi_0(1,79) - \Phi_0(1,28) \\ &= 0,4633 - 0,3997 = 0,0636. \end{aligned}$$

b) Tỷ lệ sinh viên có điểm thi trên 500 điểm là:

$$\begin{aligned} P(X > 500) &= 0,5 - \Phi_0\left(\frac{500-\mu}{\sigma}\right) \\ &= 0,5 - \Phi_0\left(\frac{500-560}{78}\right) \\ &= 0,5 - \Phi_0(-0,77) \\ &= 0,5 + 0,2794 = 0,7794. \end{aligned}$$

c) Gọi $a$ là mức điểm tối thiểu mà sinh viên cần đạt được. Ta cần tìm $a$ sao cho $P(X \geq a) = 0,8$, ta có

$$\begin{aligned} P(X \geq a) = 0,8 &\Leftrightarrow 0,5 - \Phi_0\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right) = 0,8 \\ &\Leftrightarrow 0,5 - \Phi_0\left(\frac{a-560}{78}\right) = 0,8 \\ &\Leftrightarrow \Phi_0\left(\frac{560-a}{78}\right) = 0,3 \end{aligned}$$

Ta suy ra:

$$\frac{560-a}{78} = 0,85 \Leftrightarrow a = 493,7$$

**Bài 2.16.** Cho BNN $X$ liên tục có hàm mật độ xác suất xác định bởi:

$$f(x) = \begin{cases} c(1-x^2) & \text{nếu} \quad x \in [-1,1] \\ 0 & \text{nếu} \quad x \notin [-1,1] \end{cases}$$

a) Xác định hằng số $c$.

b) Tính xác suất $P(-0,5 \leq X \leq 0,8)$

*Giải*

a) Theo giả thiết, $f(x)$ là hàm mật độ xác suất nên ta có $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$.

Mặc khác ta có

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int\limits_{-1}^{1} c\left(1-x^2\right)dx = 2\int\limits_{0}^{1} c\left(1-x^2\right)dx = \left[2c\left(x-\frac{x^3}{3}\right)\right]_0^1 = \frac{4c}{3}$$

Ta có

$$\frac{4c}{3} = 1 \Leftrightarrow c = \frac{3}{4}.$$

b) Ta có:

$$P(-0,5 \le X \le 0,8) = \int\limits_{-0,5}^{0,8} f(x)\,dx = \int\limits_{-0,5}^{0,8} \frac{3}{4}\left(1-x^2\right)dx = 0,81575.$$

**Bài 2.17.** Giả sử tuổi thọ của một thiết bị điện tử là BNN liên tục $X$ có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} ce^{-cx} & \text{nếu} \quad x \ge 0 \\ 0 & \text{nếu} \quad x < 0 \end{cases}$$

a) Xác định hằng số $c$.

b) Tính xác suất $P(X \le 10)$.

c) Nếu $P(X \le 10) = \frac{1}{2}$ thì giá trị của $c$ là bao nhiêu?

*Giải*

a) Ta nhận thấy $f(x) \ge 0, \forall x$

Mặc khác ta có

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{+\infty} ce^{-cx}dx = \lim_{a\to\infty}\left[-e^{-cx}\right]_0^a = 1$$

Vậy hàm số đã cho là hàm mật độ xác suất với mọi giá trị của $c$.

b)

$$P(X \le 10) = \int\limits_{-\infty}^{10} f(x)\,dx = \int\limits_{0}^{10} ce^{-cx}dx = \left[-e^{-cx}\right]_0^{10} = 1 - e^{-10c}.$$

c) Ta có:

$$P(X \le 10) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 - e^{-10c} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow c = \frac{\ln 2}{10}.$$

**Bài 2.18.** BNN $X$ có hàm phân phối xác suất

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{nếu} \quad x \le 0 \\ mx^3 - 3x^2 + 2x & \text{nếu} \quad 0 < x \le 1 \\ 1 & \text{nếu} \quad x > 1 \end{cases}$$

a) Tìm hàm mật độ xác suất.

b) Tìm hệ số m.

*Giải*

a) Hàm mật độ xác suất của $X$ là

$$f(x) = \begin{cases} 3mx^2 - 6x + 2 & \text{khi} \quad x \in [0,1] \\ 0 & \text{khi} \quad x \notin [0,1] \end{cases}$$

b) Xác định $m$, ta có

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Leftrightarrow \int\limits_0^1 \left(3mx^2 - 6x + 2\right) dx = 1 \Leftrightarrow m = 2$$

**Bài 2.19.** Giả sử $X$ là một BNN liên tục có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} K(1-x) & \text{nếu} \quad x \in [0,1] \\ 0 & \text{nếu} \quad x \notin [0,1] \end{cases}$$

Tìm hằng số $K$, kỳ vọng, median và phương sai của $X$.

*Giải*

Dễ thấy bằng tính toán trực tiếp

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 K(1-x)\,dx = 1 \Leftrightarrow K = 2; \\ &E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = 2\int_0^1 x(1-x)\,dx = \tfrac{1}{3}; \\ &D(X) = 2\int_0^1 x^2(1-x)\,dx - \left(\tfrac{1}{3}\right)^2 = \tfrac{1}{18}; \\ &Med(X) = \tfrac{2-\sqrt{2}}{2}. \end{aligned}$$

**Bài 2.20.** Xác định hằng số a để hàm

$$f(x) = \begin{cases} A.\sin 2x & \text{nếu} \quad x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \text{nếu} \quad x \notin \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Là hàm mật độ của $X$.

a) Xác định hệ số A?

b) Tính kì vọng và phương sai của $X$?

c) Tính $P\left(0 \le X \le \frac{\pi}{4}\right)$.

*Giải*

a) Từ tính chất chuẩn hoá của hàm mật độ, ta có

$$\int_0^{\pi/2} A\sin 2x dx = 1 \Leftrightarrow A = 1$$

b) Tính kì vọng và phương sai

$$\begin{array}{l} E\left(X\right) = \int\limits_0^{\pi/2} x\sin 2x dx = \frac{1}{4}; \\ D\left(X\right) = \int\limits_0^{\pi/2} x^2 \sin 2x dx - \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{\pi^2}{8} - \frac{9}{16}. \end{array}$$

c)

$$P\left(0 \le X \le \frac{\pi}{4}\right) = \int_0^{\pi/4} f\left(x\right) dx = \int_0^{\pi/4} \sin x dx = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Bài 2.21.** BNN $X$ có hàm mật độ xác suất

$$f\left(x\right) = \begin{cases} kx^2\left(4 - x\right) & \text{khi} \quad x \in [0,4] \\ 0 & \text{khi} \quad x \notin [0,4] \end{cases}$$

a) Xác định $k$?

b) Tính $P(X \le 2)$

*Giải*

a) Xác định k, ta có

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f\left(x\right) dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^4 kx^2\left(4 - x\right) dx = 1 \Leftrightarrow k = \frac{3}{64}.$$

b)

$$P\left(X \le 2\right) = \frac{3}{64}\int_0^2 x^2\left(4 - x\right) dx = \frac{5}{16}.$$

**Bài 2.22.** Thời gian học rành nghề sửa tivi của một người là BNN $X$ (năm) có hàm mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{9}{40}x^2 + \dfrac{1}{5} & \text{khi} \quad x \in (0,2) \\ 0 & \text{khi} \quad x \notin (0,2) \end{cases}$$

a) Tính xác suất để một người học rành nghề sửa tivi trước một năm rưỡi.

b) Tính $E(13X + 5)$ và $E(X^2)$

c) Tìm phương sai của $X$.

*Giải*

a) Xác suất để một người học rành nghề sửa tivi trước 1 năm rưỡi:

$$P(0 < X \leq 1,5) = \int_0^{1,5} f(x)\,dx = \int_0^{1,5} \left(\frac{9}{40}x^2 + \frac{1}{5}\right) dx \approx 0,553125$$

b) Ta có $E(13X + 5) = 13E(X) + 5$.

Mà

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\,dx = \int_0^2 x\left(\frac{9}{40}x^2 + \frac{1}{5}\right) dx = 1,3.$$

Suy ra $E(13X + 5) = 21,9$.

+ Ta có

$$E\left(X^2\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx = \int_0^2 x^2\left(\frac{9}{40}x^2 + \frac{1}{5}\right) dx \approx 1,9733.$$

c) Phương sai của BNN $X$

$$D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)\,dx - [E(X)]^2 = \int_0^2 x^2\left(\frac{9}{40}x^2 + \frac{1}{5}\right) dx - (1,3)^2 \approx 0,2833.$$

**Bài 2.23.** Tuổi thọ của một loại sản phẩm là BNN có phân phối chuẩn với trung bình là 11 năm và độ lệch chuẩn là 2 năm.

a) Nếu quy định thời gian bảo hành là 10 năm thì tỷ lệ sản phẩm phải bảo hành là bao nhiêu?

b) Nếu muốn tỷ lệ sản phẩm phải bảo hành là 10% thì phải quy định thời gian bảo hành là bao nhiêu?

*Giải*

Gọi $X$ (năm) là tuổi thọ của loại sản phẩm này. Ta có $X \sim N(11, 4)$.

a) Tỉ lệ sản phẩm phải bảo hành

$$P(0 \leq X \leq 10) = \Phi_0\left(\frac{10-11}{2}\right) - \Phi_0\left(\frac{0-11}{2}\right) = 0,3085.$$

b) Gọi $a$ là thời gian bảo hành. Ta cần tìm $a$ sao cho $P(0 \leq X \leq a) = 10\%$. Ta có

$$\begin{aligned} P(0 \leq X \leq a) = 10\% &\Leftrightarrow \Phi_0\left(\frac{a-11}{2}\right) - \Phi_0\left(\frac{0-11}{2}\right) = 0,1 \\ &\Leftrightarrow \Phi_0\left(\frac{a-11}{2}\right) + 0,5 = 0,1 \\ &\Leftrightarrow \Phi_0\left(\frac{a-11}{2}\right) = -0,4 \\ &\Leftrightarrow \Phi_0\left(\frac{11-a}{2}\right) = 0,4 = \Phi_0(1,29) \\ &\Leftrightarrow \frac{11-a}{2} = 1,29 \\ &\Leftrightarrow a = 8,42 \end{aligned}$$

**Bài 2.24.** Một loại chi tiết máy được gọi là đạt tiêu chuẩn nếu đường kính của nó sai lệch không quá 0,33mm về giá trị tuyệt đối so với đường kính thiết kế. Cho biết đường kính của loại chi tiết máy này là BNN phân phối theo quy luật chuẩn, với độ lệch tiêu chuẩn là 0,3mm.

a) Tìm xác suất để sản xuất được một chi tiết máy đạt tiêu chuẩn.

b) Tìm trung bình số chi tiết máy đạt tiêu chuẩn khi sản xuất 100 chi tiết.

*Giải*

Gọi $X$ là đường kính của chi tiết máy. Theo giả thiết ta có $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ với $\sigma = 0,3$.

a) Xác suất để sản xuất được 1 chi tiết máy đạt tiêu chuẩn là

$$P(|X-\mu| \leq 0,33) = 2\Phi_0\left(\frac{0,33}{0,3}\right) = 2\Phi_0(1,1) = 0,7286.$$

b) Gọi $Y$ là số chi tiết đạt tiêu chuẩn khi sản xuất 100 chi tiết. Khi đó $Y \sim B(n,p)$ với $n = 100$ và $p = 0,7286$. Trung bình số chi tiết đạt tiêu chuẩn khi sản xuất 100 chi tiết là

$$E(X) = np = 100.0,7286 = 72,86.$$

**Bài 2.25.** Đường kính của một loại chi tiết máy có quy luật phân phối chuẩn với đường kính trung bình là $200mm$, phương sai là 25 $mm^2$. Chọn ngẫu nhiên một chi tiết máy

a) Tính xác suất để chọn được chi tiết có đường kính $> 205,25mm$.

b) Tính xác suất để chọn được chi tiết có đường kính từ $205mm$ đến $210mm$.

Giải

Gọi $X$ là biến ngẫu nhiên chỉ chiều dài đường kính của một loại chi tiết máy. Khi đó ta có $X \sim N(200; 5^2)$.

a) Xác suất để chọn được chi tiết có đường kính $> 205,25mm$

$$P\left(X > 205.25\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{205.25 - 200}{5}\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(1.05\right) = \frac{1}{2} - 0.3531 = 0.1469$$

b) Xác suất để chọn được chi tiết có đường kính từ $205mm$ đến $210mm$

$$P\left(205 \leq X \leq 210\right) = \Phi_0\left(\frac{210 - 200}{5}\right) - \Phi_0\left(\frac{205 - 200}{5}\right) = \Phi_0\left(2\right) - \Phi_0\left(1\right) = 0.1359$$

**Bài 2.26.** Trọng lượng của một loại sản phẩm do một máy tự động sản suất là ĐLNN tuân theo luật phân phối chuẩn với $\mu = 25kg, \sigma^2 = 0,16kg^2$.

a) Hỏi tỷ lệ sản phẩm có trọng lượng $\geq 24,5kg$ là bao nhiêu?

b) Chọn ngẫu nhiên 120 sản phẩm do máy này sản xuất. Tính xác suất để chọn được ít nhất 100 sản phẩm có trọng lượng $\geq 24,5kg$.

Giải

a) Gọi $X$ là biến ngẫu nhiên chỉ trọng lượng của sản phẩm. Khi đó $X \sim N(25; 0.4^2)$.

$$P\left(X \geq 24.5\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{24.5 - 25}{0.4}\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(-1.25\right) = 0.8944$$

b) Gọi $Y$ là biến ngẫu nhiên chỉ số sản phẩm có trọng lượng $\geq 24,5kg$. Theo giả thiết ta có

$$\left.\begin{array}{l} n = 120 \\ p = 0.8944 \end{array}\right\} \Rightarrow Y \sim B\left(120; 0.8944\right)$$

Theo điều kiện xấp xỉ thì

$$\left.\begin{array}{l} Y \sim B\left(120; 0.8944\right) \\ n = 120 > 30 \\ np = 107.328 \\ n\left(1 - p\right) = 12.672 \end{array}\right\} \Rightarrow Y \sim N\left(107.328; 3.367^2\right)$$

Vậy

$$\begin{aligned} P(100 \le Y \le 120) &= \Phi_0\left(\frac{120-107.328}{3.367}\right) - \Phi_0\left(\frac{100-107.328}{3.367}\right) \\ &= \Phi_0(3.76) - \Phi_0(-2.18) \\ &= 0.49992 + 0.4854 = 0.98532 \end{aligned}$$

**Bài 2.27.** Tuổi thọ của một loại sản phẩm là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với trung bình là 4 năm và độ lệch chuẩn là 0.5 năm.

a) Tính tỷ lệ sản phẩm bị hỏng trước 3.5 năm.

b) Tính xác suất trong 3 sản phẩm có ít nhất 1 sản phẩm sau 5 năm vẫn chưa bị hỏng.

Giải

a) Gọi $X$ là bnn chỉ tuổi thọ của sản phẩm. Theo giả thiết thì $X \sim N(4; 0.5^2)$. Khi đó tỷ lệ sản phẩm bị hỏng trước 3.5 năm là

$$P(X < 3.5) = \Phi_0\left(\frac{3.5-4}{0.5}\right) + \frac{1}{2} = \Phi_0(-1) + \frac{1}{2} = 0.1587$$

b) Tỷ lệ sản phẩm sau 5 năm vẫn chưa bị hỏng

$$P(X > 5) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{5-4}{0.5}\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0(2) = 0.0228$$

Gọi $Y$ là biến ngẫu nhiên chỉ số sản phẩm sau 5 năm vẫn chưa bị hỏng trong 3 sản phẩm lấy ra. Theo giả thiết ta có $Y \sim B(3; 0.0228)$. Khi đó xác suất trong 3 sản phẩm có ít nhất 1 sản phẩm sau 5 năm vẫn chưa bị hỏng là

$$P(Y \ge 1) = 1 - P(Y = 0) = 1 - (1 - 0.0228)^3 = 0.0669$$

**Bài 2.28.** Chiều dài X và chiều rộng Y của một chi tiết được gia công một cách độc lập và là các biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với $\sigma_X = 0,4cm$ và $\sigma_Y = 0,2cm$. Chi tiết được coi là đạt tiêu chuẩn nếu các kích thước của nó sai lệch so với kích thước trung bình không quá 0,1cm.

a) Tính tỷ lệ chi tiết đạt tiêu chuẩn.

b) Tính xác suất để khi gia công 3 chi tiết thì có ít nhất 1 chi tiết đạt tiêu chuẩn.

Giải

a) Áp dụng công thức tính xác suất $P(|X-\mu|<\varepsilon)=2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)$, ta có:

+ Chi tiết đạt tiêu chuẩn về chiều dài

$$P(|X-\mu_X|<0.1)=2\Phi_0\left(\frac{0.1}{0.4}\right)=2\Phi_0(0.25)=2.0.0987=0.1974$$

+ Chi tiết đạt tiêu chuẩn về chiều rộng

$$P(|X-\mu_Y|<0.1)=2\Phi_0\left(\frac{0.1}{0.2}\right)=2\Phi_0(0.5)=2.0.1915=0.383$$

Tỷ lệ chi tiết đạt tiêu chuẩn: $P(|X-\mu_X|<0.1)\,P(|X-\mu_Y|<0.1)=0.0756$.

b) Gọi $Y$ là biến ngẫu nhiên chỉ số chi tiết máy đạt tiêu chuẩn, theo giả thiết ta có $Y\sim B(3;0.0756)$. Khi đó xác suất để gia công 3 chi tiết thì có ít nhất 1 chi tiết đạt tiêu chuẩn là

$$P(Y\geq 1)=1-P(Y=0)=1-(1-0.0756)^3=0.21$$

**Bài 2.29.** Có hai hộp sản phẩm: hộp thứ nhất có 7 chính phẩm và 3 phến phẩm; hộp thứ hai có 6 chính phẩm và 4 phế phẩm. Người ta lấy ra 3 sản phẩm: hộp thứ nhất 1 sản phẩm và hộp thứ hai 2 sản phẩm.

a) Tính xác suất để số phế phẩm trong hai hộp bằng nhau.

b) Tính số chính phẩm trung bình được lấy ra.

<u>Giải</u>

a) Gọi $X$ là số chính phẩm được ra từ hộp thứ nhất, $Y$ là số chính phẩm được lấy ra từ hộp thứ hai. Khi đó ta có

+ Bảng phân phối xác suất của $X$

| $X$ | 0 | 1 |
|---|---|---|
| P | $\frac{3}{10}$ | $\frac{7}{10}$ |

+ Bảng phân phối xác suất của $Y$

| $X$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| P | $\frac{2}{15}$ | $\frac{8}{15}$ | $\frac{5}{15}$ |

Xác suất để số phế phẩm trong hai hộp bằng nhau

$$P(X=0;Y=0)+P(X=1;Y=1)=\frac{3}{10}.\frac{2}{15}+\frac{7}{10}.\frac{8}{15}=\frac{31}{75}$$

b) Gọi $Z$ là số chính phẩm trung bình được lấy ra, khi đó $Z = X + Y$. Vậy số chính phẩm trung bình được lấy ra là

$$E(Z) = E(X + Y) = E(X) + E(Y) = \frac{7}{10} + \frac{6}{5} = 1.9$$

**Bài 2.30.** Một người tham gia đấu thầu 6 dự án nhỏ với xác suất thắng thầu mỗi dự án là 0,4. Nếu thắng thầu mỗi dự án người đó thu được 200 USD. Chi phí để chuẩn bị cả 6 dự án là 300USD.

a) Số dự án trung bình mà người đó sẽ thắng là bao nhiêu?

b) Lợi nhuận kỳ vọng là bao nhiêu?

c) Tìm xác suất để người đó có lãi khi dự thầu.

<u>Giải</u>

a) Gọi $X$ là biến ngẫu nhiên chỉ số dự án thắng thầu, theo giả thiết thì $X \sim B(6; 0.4)$. Khi đó số dự án trung bình sẽ thắng là

$$E(X) = 6.0,4 = 2,4$$

b) Gọi $Y$ là biến ngẫu nhiên chỉ lợi nhuận thu được, khi đó $Y = 200X - 300$. Như vậy lợi nhuận kỳ vọng là

$$E(Y) = E(200X - 300) = 200E(X) - 300 = 200.2,4 - 300 = 180$$

c) Xác suất để người đó có lãi khi dự thầu

$$\begin{aligned}
P(Y > 0) &= P(200X - 300 > 0) = P(X > 1,5) \\
&= 1 - P(X = 0) - P(X = 1) \\
&= 1 - (1 - 0,4)^6 - C_6^1 0,4^1 (1 - 0,4)^5 \\
&= 0,76672
\end{aligned}$$

**Bài 2.31.** Có 3 kiện hàng: kiện thứ nhất chứa 10 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm, kiện thứ hai chứa 9 sản phẩm tốt và 5 phế phẩm, kiện thứ ba chứa 7 sản phẩm tốt và 7 phế phẩm. Các sản phẩm giống hệt nhau về kích thước và trọng lượng. Chọn ngẫu nhiên một kiện hàng, rồi từ đó lấy ra 3 sản phẩm. Gọi $X$ là số phế phẩm trong 3 sản phẩm lấy ra.

a) Lập hàm phân phối xác suất của $X$.

b) Tìm $Mod(X), Med(X)$, $E(2X + 2014)$ và $D(3X + 2015)$.

<u>Giải</u>

a) Gọi $B_i$ là biến cố chọn được $i$ phế phẩm trong 3 sản phẩm lấy ra ($i = \overline{0,3}$) và $A_j$ là biến cố chọn được kiện hàng thứ $j$ ($i = \overline{1,3}$). Ta có $\{A_1, A_2, A_3\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$\begin{aligned}
P(X=0) &= P(B_0) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j)P(B_0/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_0/A_1) + P(A_2)P(B_0/A_2) + P(A_3)P(B_0/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_{10}^3}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_9^3}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_7^3}{C_{14}^3} = \frac{239}{1092}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(X=1) &= P(B_1) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j)P(B_1/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_1/A_1) + P(A_2)P(B_1/A_2) + P(A_3)P(B_1/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_4^1C_{10}^2}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_5^1C_9^2}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_7^1C_7^2}{C_{14}^3} = \frac{507}{1092}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(X=2) &= P(B_2) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j)P(B_2/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_2/A_1) + P(A_2)P(B_2/A_2) + P(A_3)P(B_2/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_4^2C_{10}^1}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_5^2C_9^1}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_7^2C_7^1}{C_{14}^3} = \frac{297}{1092}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(X=3) &= P(B_3) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j)P(B_3/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_3/A_1) + P(A_2)P(B_3/A_2) + P(A_3)P(B_3/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_4^3}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_5^3}{C_{14}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_7^3}{C_{14}^3} = \frac{49}{1092}
\end{aligned}$$

Ta có thể tính theo cách khác là

$$P(X=3) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = \frac{49}{1092}$$

Bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P | $\frac{239}{1092}$ | $\frac{507}{1092}$ | $\frac{297}{1092}$ | $\frac{49}{1092}$ |

Hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{239}{1092} & \text{khi} \quad 0 < x \leq 1 \\ \dfrac{746}{1092} & \text{khi} \quad 1 < x \leq 2 \\ \dfrac{1043}{1092} & \text{khi} \quad 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{khi} \quad x > 3 \end{cases}$$

b) Ta có các đặc trưng

$$\begin{aligned} Mod(X) &= 1 \\ Med(X) &= 1 \\ E(2X + 2014) &= 2E(X) + 2014 = 2.\frac{8}{7} + 2014 = \frac{14114}{7} \\ D(3X + 2015) &= 9D(X) = 9.\frac{414}{637} = \frac{3726}{637} \end{aligned}$$

**Bài 2.32.** Một trường học gồm 10000 sinh viên, trong đó có 1000 sinh viên học kém. Chọn ngẫu nhiên 100 sinh viên để kiểm tra. Dùng công thức xấp xỉ hãy cho biết xác suất để chọn được từ 10 đến 60 sinh viên học kém là bao nhiêu?

Giải

Gọi $X$ là biến ngẫu nhiên chỉ số sinh viên học kém, khi đó $X \sim H(10000; 1000; 100)$.

Ta có

$$\left.\begin{array}{l} X \sim H(10000; 1000; 100) \\ n = 100 < 0,05N = 500 \end{array}\right\} \Rightarrow X \sim B(100; 0,1)$$

$$\left.\begin{array}{l} X \sim B(100; 0,1) \\ n = 100 > 30 \\ np = 10 > 5 \\ n(1-p) = 90 > 5 \end{array}\right\} \Rightarrow X \sim N(10; 3^2)$$

Vậy xác suất để chọn được từ 10 đến 60 sinh viên học kém là

$$P(10 \leq X \leq 60) = \Phi_0\left(\frac{60-10}{3}\right) - \Phi_0\left(\frac{10-10}{3}\right) = \Phi_0\left(\frac{50}{3}\right) - \Phi_0(0) = 0,5$$

**Bài 2.33.** Có hai chuồng nuôi gà cùng kích thước đặt cạnh nhau; chuồng thứ I có 5 con mái và 11 con trống; chuồng thứ II có 4 con mái và 6 con trống. Để cân đối số lượng gà trong mỗi chuồng, người ta chọn ngẫu nhiên 3 con gà từ chuồng I cho vào chuồng II. Sau đó chọn ngẫu nhiên 3 con gà từ chuồng II để làm thịt. Gọi $X$ là biến ngẫu nhiên chỉ số gà trống được lấy ra từ chuồng II.

a) Lập hàm phân phối xác suất của $X$.

b) Tìm $Mod(X), Med(X)$, $E(2X+2014)$ và $D(3X+2015)$.

<u>Giải</u>

a) Gọi $B_i$ là biến cố chọn được $i$ con gà trống trong 3 con lấy ra từ chuồng II ($i=\overline{0,3}$) và $A_j$ là biến cố chọn được $j$ con gà trống từ I sang II ($i=\overline{0,3}$). Ta có $\{A_0, A_1, A_2, A_3\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$\begin{aligned}
&P(X=0) = P(B_0) = \sum_{j=0}^{3} P(A_j)\,P(B_0/A_j)\\
&= P(A_0)\,P(B_0/A_0) + P(A_1)\,P(B_0/A_1) + P(A_2)\,P(B_0/A_2) + P(A_3)\,P(B_0/A_3)\\
&= \frac{C_5^3}{C_{16}^3}\frac{C_7^3}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^1C_5^2}{C_{16}^3}\frac{C_6^3}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^2C_5^1}{C_{16}^3}\frac{C_5^3}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^3}{C_{16}^3}\frac{C_4^3}{C_{13}^3}\\
&= \frac{596}{16016}\\
&P(X=1) = P(B_1) = \sum_{j=0}^{3} P(A_j)\,P(B_1/A_j)\\
&= P(A_0)\,P(B_1/A_0) + P(A_1)\,P(B_1/A_1) + P(A_2)\,P(B_1/A_2) + P(A_3)\,P(B_1/A_3)\\
&= \frac{C_5^3}{C_{16}^3}\frac{C_6^1C_7^2}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^1C_5^2}{C_{16}^3}\frac{C_7^1C_6^2}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^2C_5^1}{C_{16}^3}\frac{C_8^1C_5^2}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^3}{C_{16}^3}\frac{C_9^1C_4^2}{C_{13}^3}\\
&= \frac{4372}{16016}\\
&P(X=2) = P(B_2) = \sum_{j=0}^{3} P(A_j)\,P(B_2/A_j)\\
&= P(A_0)\,P(B_2/A_0) + P(A_1)\,P(B_2/A_1) + P(A_2)\,P(B_2/A_2) + P(A_3)\,P(B_2/A_3)\\
&= \frac{C_5^3}{C_{16}^3}\frac{C_6^2C_7^1}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^1C_5^2}{C_{16}^3}\frac{C_7^2C_6^1}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^2C_5^1}{C_{16}^3}\frac{C_8^2C_5^1}{C_{13}^3} + \frac{C_{11}^3}{C_{16}^3}\frac{C_9^2C_4^1}{C_{13}^3}\\
&= \frac{7717}{16016}
\end{aligned}$$

$$P(X=3) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = \frac{3331}{16016}.$$

Bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P | $\dfrac{596}{16016}$ | $\dfrac{4372}{16016}$ | $\dfrac{7717}{16016}$ | $\dfrac{3331}{16016}$ |

Hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi} \quad x \leq 0 \\ \dfrac{596}{16016} & \text{khi} \quad 0 < x \leq 1 \\ \dfrac{4968}{16016} & \text{khi} \quad 1 < x \leq 2 \\ \dfrac{12685}{16016} & \text{khi} \quad 2 < x \leq 3 \\ 1 & \text{khi} \quad x > 3 \end{cases}$$

b) Ta có các đặc trưng

$$\begin{aligned} Mod(X) &= 2 \\ Med(X) &= 2 \\ E(2X+2014) &= 2E(X) + 2014 = 2.\frac{387}{208} + 2014 \approx 2017,72 \\ D(3X+2015) &= 9D(X) \approx 9.0,61 = 5,49 \end{aligned}$$

**Bài 2.34.** Trọng lượng của những đứa trẻ sơ sinh là biến ngẫu nhiên $X$ có phân phối chuẩn với trọng lượng trung bình là 3kg, độ lệch chuẩn 0,2kg. Người ta muốn có chế độ chăm sóc đặc biệt cho 10% tổng số trẻ nhẹ cân nhất. Tính trọng lượng tối đa những đứa trẻ được chăm sóc đặc biệt. Giả sử trẻ em sinh ra có trọng lượng tối thiểu là 1,5kg.

<u>Giải</u>

Theo giả thiết ta có $X \sim N(3; 0,2^2)$. Gọi $m$ là trọng lượng tối đa những đứa trẻ được chăm sóc đặc biệt. Ta cần tìm $m$ sao cho

$$\begin{aligned} & P(1,5 < X < m) = 0,1 \\ \Leftrightarrow\ & \Phi_0\left(\frac{m-3}{0,2}\right) - \Phi_0\left(\frac{1,5-3}{0,2}\right) = 0,1 \\ \Leftrightarrow\ & \Phi_0\left(\frac{m-3}{0,2}\right) - \Phi_0(-7,5) = 0,1 \\ \Leftrightarrow\ & \Phi_0\left(\frac{m-3}{0,2}\right) = -0,4 \\ \Leftrightarrow\ & \frac{m-3}{0,2} \approx -1,28 \\ \Leftrightarrow\ & m \approx 2,744\ \ (kg) \end{aligned}$$

**Bài 2.35.** Một hộp có 20 quả bóng bàn, trong đó có 12 quả mới và 8 quả đã qua sử dụng , lần đầu người ta lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng trong 20 quả để thi đấu sau đó trả lại vào hộp. Lần thứ hai lấy ngẫu nhiên 3 quả bóng. Gọi $X$ là biến ngẫu nhiên chỉ số bóng mới trong 3 quả bóng lấy ra.

a) Lập hàm phân phối xác suất của $X$.

b) Tìm $Mod(X)$, $Med(X)$, $E(2X + 2014)$ và $D(3X + 2015)$.

Giải

a) Gọi $B_i$ là biến cố chọn được $i$ quả bóng mới trong 3 quả lấy ra lần thứ hai ($i = \overline{0,3}$) và $A_j$ là biến cố chọn được $j$ quả bóng mới trong 4 quả lấy ra lần đầu ($i = \overline{0,4}$). Ta có $\{A_0, A_1, A_2, A_3, A_4\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$
\begin{aligned}
P(X=0) &= P(B_0) = \sum_{j=0}^{4} P(A_j)\,P(B_0/A_j) \\
&= P(A_0)\,P(B_0/A_0) + P(A_1)\,P(B_0/A_1) + P(A_2)\,P(B_0/A_2) \\
&\quad + P(A_3)\,P(B_0/A_3) + P(A_4)\,P(B_0/A_4) \\
&= \frac{C_8^4}{C_{20}^4}\frac{C_8^3}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^1C_8^3}{C_{20}^4}\frac{C_9^3}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^2C_8^2}{C_{20}^4}\frac{C_{10}^3}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^3C_8^1}{C_{20}^4}\frac{C_{11}^3}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^4}{C_{20}^4}\frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} \\
&= 0,1234
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(X=1) &= P(B_1) = \sum_{j=0}^{4} P(A_j)\,P(B_1/A_j) \\
&= P(A_0)\,P(B_1/A_0) + P(A_1)\,P(B_1/A_1) + P(A_2)\,P(B_1/A_2) \\
&\quad + P(A_3)\,P(B_1/A_3) + P(A_4)\,P(B_1/A_4) \\
&= \frac{C_8^4}{C_{20}^4}\frac{C_{12}^1C_8^2}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^1C_8^3}{C_{20}^4}\frac{C_{11}^1C_9^2}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^2C_8^2}{C_{20}^4}\frac{C_{10}^1C_{10}^2}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^3C_8^1}{C_{20}^4}\frac{C_9^1C_{11}^2}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^4}{C_{20}^4}\frac{C_8^1C_{12}^2}{C_{20}^3} \\
&= 0,408
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(X=2) &= P(B_2) = \sum_{j=0}^{4} P(A_j)\,P(B_2/A_j) \\
&= P(A_0)\,P(B_2/A_0) + P(A_1)\,P(B_2/A_1) + P(A_2)\,P(B_2/A_2) \\
&\quad + P(A_3)\,P(B_2/A_3) + P(A_4)\,P(B_2/A_4) \\
&= \frac{C_8^4}{C_{20}^4}\frac{C_{12}^2C_8^1}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^1C_8^3}{C_{20}^4}\frac{C_{11}^2C_9^1}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^2C_8^2}{C_{20}^4}\frac{C_{10}^2C_{10}^1}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^3C_8^1}{C_{20}^4}\frac{C_9^2C_{11}^1}{C_{20}^3} + \frac{C_{12}^4}{C_{20}^4}\frac{C_8^2C_{12}^1}{C_{20}^3} \\
&= 0,3738
\end{aligned}
$$

$P(X=3) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = 0,0948.$

Bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P | 0,1234 | 0,408 | 0,3738 | 0,0948 |

Hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi} \quad x \le 0 \\ 0,1234 & \text{khi} \quad 0 < x \le 1 \\ 0,5314 & \text{khi} \quad 1 < x \le 2 \\ 0,9052 & \text{khi} \quad 2 < x \le 3 \\ 1 & \text{khi} \quad x > 3 \end{cases}$$

b) Ta có các đặc trưng

$$\begin{aligned} Mod(X) &= 1 \\ Med(X) &= 1 \\ E(2X+2014) &= 2E(X) + 2014 = 2.1,44 + 2014 \approx 2016,88 \\ D(3X+2015) &= 9D(X) \approx 9.0,6828 = 6,1452 \end{aligned}$$

**Bài 2.36.** Một công ty bán 3 loại hàng A, B, C với giá bán một đơn vị tương ứng là 21,2; 21,35; 21,5 (USD). Gọi $X_1; X_2; X_3$ tương ứng là số đơn vị bán của các loại hàng A, B, C trong một tuần. Ta có

$$X_1 \sim N\left(1000; 100^2\right); \; X_2 \sim N\left(500;\, 80^2\right); \; X_3 \sim N\left(300; 50^2\right)$$

Tính xác suất để trong một tuần công ty có doanh thu vượt 45000 (USD).

<u>Giải</u>

Gọi $Y$ là biến ngẫu nhiên chỉ doanh thu của công ty. Khi đó

$$Y = 21,2X_1 + 21,35X_2 + 21,5X_3$$

Ta có

$$\begin{aligned}
E(Y) &= E(21,2X_1 + 21,35X_2 + 21,5X_3) \\
&= 21,2E(X_1) + 21,35E(X_2) + 21,5E(X_3) \\
&= 21,2.1000 + 21,35.500 + 21,5.300 \\
&= 38225 \\
D(Y) &= D(21,2X_1 + 21,35X_2 + 21,5X_3) \\
&= 21,2^2D(X_1) + 21,35^2D(X_2) + 21,5^2D(X_3) \\
&= 21,2^2.100^2 + 21,35^2.80^2 + 21,5^2.50^2 \\
&= 8567289
\end{aligned}$$

Suy ra $Y \sim N(38325; 8567289)$.

Vậy xác suất để trong một tuần công ty có doanh thu vượt 45000 (USD) là

$$P(Y > 45000) = \frac{1}{2} - \Phi_0\left(\frac{45000 - 38325}{\sqrt{8567289}}\right) = \frac{1}{2} - \Phi_0(2,28) = 0,0113$$

**Bài 2.37.** Có 3 hộp: mỗi hộp đựng 20 viên bi, trong đó hộp thứ nhất có 7 viên bi trắng, hộp thứ hai có 5 viên bi trắng, hộp thứ ba có 3 viên bi trắng. Chọn ngẫu nhiên một hộp, rồi từ hộp đó lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Gọi $X$ là số viên bi trắng trong 3 viên bi lấy ra.

a) Lập hàm phân phối xác suất của $X$.

b) Tìm $Mod(X), Med(X)$, $E(2X + 2014)$ và $D(3X + 2015)$.

Giải

a) Gọi $B_i$ là biến cố chọn được $i$ bi trắng trong 3 bi lấy ra ($i = \overline{0,3}$) và $A_j$ là biến cố chọn được hộp thứ $j$ ($i = \overline{1,3}$). Ta có $\{A_1, A_2, A_3\}$ là một hệ đầy đủ các biến cố.

Áp dụng công thức xác suất đầy đủ, ta có:

$$\begin{aligned}
P(X = 0) &= P(B_0) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j)P(B_0/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_0/A_1) + P(A_2)P(B_0/A_2) + P(A_3)P(B_0/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_{13}^3}{C_{20}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_{15}^3}{C_{20}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_{17}^3}{C_{20}^3} = \frac{1421}{3420}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(X=1) &= P(B_1) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j) P(B_1/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_1/A_1) + P(A_2)P(B_1/A_2) + P(A_3)P(B_1/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_7^1C_{13}^2}{C_{20}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_5^1C_{15}^2}{C_{20}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_3^1C_{17}^2}{C_{20}^3} = \frac{1479}{3420} \\
P(X=2) &= P(B_2) = \sum_{j=1}^{3} P(A_j) P(B_2/A_j) \\
&= P(A_1)P(B_2/A_1) + P(A_2)P(B_2/A_2) + P(A_3)P(B_2/A_3) \\
&= \frac{1}{3}\frac{C_7^2C_{13}^1}{C_{20}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_5^2C_{15}^1}{C_{20}^3} + \frac{1}{3}\frac{C_3^2C_{17}^1}{C_{20}^3} = \frac{474}{3420}
\end{aligned}$$

$P(X=3) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = \dfrac{46}{3420}$.

Bảng phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

| $X$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| P | $\frac{1421}{3420}$ | $\frac{1479}{3420}$ | $\frac{474}{3420}$ | $\frac{46}{3420}$ |

Hàm phân phối xác suất của biến ngẫu nhiên $X$ là

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{khi} \quad x \le 0 \\ \dfrac{1421}{3420} & \text{khi} \quad 0 < x \le 1 \\ \dfrac{2900}{3420} & \text{khi} \quad 1 < x \le 2 \\ \dfrac{3374}{3420} & \text{khi} \quad 2 < x \le 3 \\ 1 & \text{khi} \quad x > 3 \end{cases}$$

b) Ta có các đặc trưng

$$\begin{aligned}
Mod(X) &= 1 \\
Med(X) &= 1 \\
E(2X+2014) &= 2E(X) + 2014 = 2.\frac{3}{4} + 2014 = \frac{4031}{2} \\
D(3X+2015) &= 9D(X) = 9.\frac{829}{1520} = \frac{7461}{1520}
\end{aligned}$$

**Bài 2.38.** Một doanh nghiệp cần mua một loại trục máy có đường kính từ 1,18cm đến 1,22cm. có hai nhà máy bán loại trục máy này và đường kính của các loại trục máy được sản xuất ra là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn với các số đặc trưng cho trong bảng:

| | Đường kính trung bình (cm) | Độ lệch chuẩn | Giá bán |
|---|---|---|---|
| Nhà máy 1 | 1,2 | 0,01 | 3 triệu/1 hộp/ 100 chiếc |
| Nhà máy 2 | 1,2 | 0,015 | 2,7 triệu/1 hộp/ 100 chiếc |

Vậy doanh nghiệp nên mua trục máy của nhà máy nào?

<u>Giải</u>

Gọi $X_1; X_2$ lần lượt là đường kính trục do nhà máy thứ nhất và thứ hai sản xuất. Tỷ lệ trục máy của nhà máy sản xuất ra thỏa mãn yêu cầu doanh nghiệp là

$$P\left(1,18 \leq X_1 \leq 1,22\right) = \Phi_0\left(\frac{1,22-1,2}{0,01}\right) - \Phi_0\left(\frac{1,18-1,2}{0,01}\right) = 2\Phi_0\left(2\right) = 0,9544$$

$$P\left(1,18 \leq X_2 \leq 1,22\right) = \Phi_0\left(\frac{1,22-1,2}{0,015}\right) - \Phi_0\left(\frac{1,18-1,2}{0,015}\right) = 2\Phi_0\left(1,33\right) = 0,8164$$

Xét nhà máy thứ nhất,ta có

+ Số trục máy sử dụng được $100.0,9544 = 95,44$

+ Số tiền chi cho 1 trục máy sử dụng được là $\dfrac{3000000}{95,44} \approx 31433$ (đồng)

Xét nhà máy thứ hai,ta có

+ Số trục máy sử dụng được $100.0,8164 = 81,64$

+ Số tiền chi cho 1 trục máy sử dụng được là $\dfrac{2700000}{81,64} \approx 33072$ (đồng)

Do $31433 < 33072$ suy ra doanh nghiệp nên mua sản phẩm của nhà máy thứ nhất.

# Chương 3

# Vector ngẫu nhiên

**Bài 3.1.** Cho véc tơ ngẫu nhiên $X = (X_1, X_2)$ có hàm mật độ đồng thời $f_X$ được cho bởi

$$f_X(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1+x_2}{21}, & x_1 \in \{1,2,3\},\ x_2 \in \{1,2\} \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

Tính $P(X_1 = 3), P(X_2 = 2)$ và hàm mật độ biên $f_1, f_2$ tương ứng của $X_1, X_2$.
**Giải.**

$$P(X_1 = 3) = f_X(3,1) + f_X(3,2) = \frac{3}{7}.$$

$$P(X_2 = 2) = f_X(2,1) + f_X(2,2) + f_X(3,2) = \frac{4}{7}.$$

Hàm mật độ biên $f_1$ của $X_1$ xác định bởi:

$$f_1(x_1) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{x_2=1}^{2} \frac{x_1+x_2}{21} = \frac{2x_1+3}{21}, & x_1 \in \{1,2,3\}, \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

Tương tự

$$f_2(x_2) = \begin{cases} \displaystyle\sum_{x_1=1}^{3} \frac{x_1+x_2}{21} = \frac{3x_2+6}{21}, & x_2 \in \{1,2,\}, \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

**Bài 3.2.** Cho véc tơ ngẫu nhiên $X = (X_1, X_2)$ có hàm phân phối đồng thời $F_X$ được cho bởi

$$F_X(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 - e^{-x_1} - e^{-x_2} + e^{-(x_1+x_2)} & \text{với } (x_1, x_2) \in R_+^2 \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

(a) Tìm hàm phân phối biên của $X_1$.

(b) Tìm hàm mật độ đồng thời của $X_1, X_2$.

(c) Tìm hàm mật độ biên của $X_1$.

**Giải.**

(a) Hàm phân phối biên $F_1$ của $X_1$ được xác định với mọi $x \in R$ bởi:

$$F_1(x_1) = \lim_{x_2 \to +\infty} F_X(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 - e^{-x_1} & \text{với } x_1 \geq 0 \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

(b) Hàm mật độ đồng thời của $X_1, X_2$ được xác định bởi:

$$f_X(x_1, x_2) = \frac{\partial^2 F(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} = \begin{cases} e^{-(x_1+x_2)} & \text{với } (x_1, x_2) \in R_+^2, \\ 0, & \text{nơi khác} \end{cases}$$

(c) Hàm mật độ biên $f_1$ của $X_1$ được xác định với mọi $x \in R$ bởi:

$$f_1(x_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x_1, x_2) dx_2 = \begin{cases} \displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-(x_1+x_2)} dx_2 = e^{-x_1} & \text{với } x_1 \geq 0, \\ 0, & \text{với } x < 0. \end{cases}$$

**Bài 3.3.** Cho véc tơ ngẫu nhiên rời rạc $X = (X_1, X_2)$ có phân phối xác suất được cho trong bảng sau:

| | | $X_2$ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| $X_1$ | 0 | 0,15 | 0,13 | 0,16 |
| | 3 | 0,07 | 0,09 | 0,12 |
| | 5 | 0,05 | 0,10 | 0,13 |

a) Tìm luật phân phối biên của biến ngẫu nhiên $X_1$ và $X_2$?

b) Tính các xác suất $P(X_1 = 0; X_2 < 3), P(X_1 < 4; X_2 \leq 3)$?

**Giải. a)** Ta tính các xác suất sau:

$$\begin{aligned} f_1(0) = P(X_1 = 0) &= \sum_{x_2} P(X_1 = 0; X_2 = x_2) \\ &= P(X_1 = 0; X_2 = 1) + P(X_1 = 0; X_2 = 2) + P(X_1 = 0; X_2 = 3) \\ &= 0,15 + 0,13 + 0,16 = 0,44. \end{aligned}$$

Tương tự cũng dễ dàng tính được

$$f_1(3) = P(X_1 = 3) = 0,07 + 0,09 + 0,12 = 0,28$$

và

$$f_1(5) = P(X_1 = 5) = 0,05 + 0,10 + 0,13 = 0,28.$$

Luật phân phối biên của biến ngẫu nhiên $X_1$ được cho trong bảng sau:

| $X_1 = x_1$ | 0 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|
| $f_1(x_1)$ | 0,44 | 0,28 | 0,28 |

Để tìm phân phối xác suất biên của $X_2$ ta tính các xác suất sau:

$$f_2(1) = P(X_2 = 1) = 0,15 + 0,07 + 0,05 = 0,27$$

$$f_2(2) = P(X_2 = 2) = 0,13 + 0,09 + 0,10 = 0,32$$

$$f_2(3) = P(X_2 = 3) = 0,16 + 0,12 + 0,13 = 0,41.$$

Luật phân phối biên của $X_2$ được cho trong bảng:

| $X_2 = x_2$ | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| $f_2(x_2)$ | 0,27 | 0,32 | 0,41 |

**b)** Tính các xác suất $P(X_1 = 0; X_2 < 3)$

$$\begin{aligned} P(X_1 = 0; X_2 < 3) &= \sum_{x_2<3} P(X_1 = 0; X_2 = x_2) \\ &= P(X_1 = 0; X_2 = 1) + P(X_1 = 0; X_2 = 2) \\ &= 0,15 + 0,13 = 0,28. \end{aligned}$$

Tính xác suất $P(X_1 < 4; X_2 \leq 3)$

$$\begin{aligned} P(X_1 < 4; X_2 \leq 3) &= \sum_{x_1<4} \sum_{x_2\leq 3} P(X_1 = x_1; X_2 = x_2) \\ &= P(X_1 = 0; X_2 = 1) + P(X_1 = 0; X_2 = 2) + P(X_1 = 0; X_2 = 3) \\ &\quad + P(X_1 = 3; X_2 = 1) + P(X_1 = 3; X_2 = 2) + P(X_1 = 3; X_2 = 3) \\ &= 0,15 + 0,13 + 0,16 + 0,07 + 0,09 + 0,12 = 0,72. \end{aligned}$$

**Bài 3.4.** Cho bảng phân phối xác suất của véc tơ ngẫu nhiên $X = (X_1, X_2)$ sau

| | | $X_2$ | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 |
| $X_1$ | 1 | 0,15 | 0,20 | 0,15 |
| | 3 | 0,10 | 0,15 | 0,25 |

a) Xác định phân phối xác suất đồng thời của hai biến ngẫu nhiên $X_1$ và $X_2$.

b) Kiểm tra tính độc lập của $X_1$ và $X_2$.

c) Tính xác suất $P(X_1 = 1|X_2 = 3)$.

**Giải. a)** Hàm phân phối đồng thời của véc tơ $X$ được cho bởi

$$F_X(x_1, x_2) = P(X_1 < x_1, X_2 < x_2) = \sum_{u_1<x_1} \sum_{u_2<x_2} P(X_1 = u_1, X_2 = u_2).$$

Kết quả tính được cho trong bảng sau:

| | | $X_2$ | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | $x_2 < 1$ | $1 \leq x_2 < 2$ | $2 \leq x_2 < 3$ | $x_2 \geq 3$ |
| | $x_1 < 1$ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $X_1$ | $1 \leq x_1 < 3$ | 0 | 0,15 | 0,35 | 0,5 |
| | $x_1 \geq 3$ | 0 | 0,25 | 0,50 | 1 |

**b)** Từ bảng phân phối xác suất của $X$ ta có $P(X_1 = 1, X_2 = 2) = 0,20$. Mặt khác ta cũng tính được

$$P(X_1 = 1) = 0,15 + 0,20 + 0,15 = 0,5$$

và

$$P(X_2 = 2) = 0,20 + 0,15 = 0,35.$$

Từ đó ta có

$$P(X_1 = 1)P(X_2 = 2) = 0,5 \times 0,35 \neq P(X_1 = 1, X_2 = 2).$$

Vậy hai biến ngẫu nhiên $X_1$ và $X_2$ phụ thuộc.
**c)** Tính xác suất $P(X_1 = 1|X_2 = 3)$

$$P(X_1 = 1|X_2 = 3) = \frac{P(X_1 = 1, X_2 = 3)}{P(X_2 = 3)} = \frac{0,15}{0,4} = 0,375.$$

# Chương 4

# Ước lượng tham số

**Bài 4.1.** Giả sử chiều cao của các bạn nữ sinh viên Trường Đại học Tài chính - Marketing tuân theo luật phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn là 5 cm. Chọn ngẫu nhiên 64 bạn sinh viên nữ, người ta tính được chiều cao trung bình là 160cm. Với độ tin cậy 95% , hãy ước lượng chiều cao trung bình của các bạn sinh viên nữ Trường Đại học Tài chính - Marketing.

*Hướng dẫn giải*

**Bước 1.** Bài toán thuộc trường hợp 1 ($n \geq 30$ và biết $\sigma^2$).
**Bước 2.** Trên mẫu cụ thể ta có $\overline{x} = 160cm$ và $\sigma = 5cm$
**Bước 3.** Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\frac{\gamma}{2}}.\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96.\frac{5}{\sqrt{64}} = 1,225\,cm$$

**Bước 4.** Khoảng tin cậy 95% cho chiều cao trung bình

$$(\overline{x} - \varepsilon;\, \overline{x} + \varepsilon) = (158,775\,cm;\, 161,225\,cm)$$

**Bài 4.2.** Trong một đợt khảo sát về chiều cao (đơn vị m) của các bạn sinh viên Trường Đại học Tài chính - Marketing. Người ta chọn ngẫu nhiên 100 bạn sinh viên và nhận được kết quả cho trong bảng sau

| Chiều cao | Số sinh viên |
|---|---|
| $(1,4;1,5]$ | 10 |
| $(1,5;1,6]$ | 25 |
| $(1,6;1,7]$ | 40 |
| $(1,7;1,8]$ | 15 |
| $(1,8;1,9]$ | 10 |

Hãy ước lượng chiều cao trung bình của sinh viên Trường Đại học Tài chính - Marketing với độ tin cậy 95% ?.

*Hướng dẫn giải*

**Bước 1.** Bài toán thuộc trường hợp 2 ($n \geq 30$ và chưa biết $\sigma^2$).
**Bước 2.** Trên mẫu cụ thể ta có $\overline{x} = 1,64m$ và $s = 0,1096m$
**Bước 3.** Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\frac{\gamma}{2}}.\frac{s}{\sqrt{n}} = 1,96.\frac{0,1096}{\sqrt{100}} = 0,0215\, m$$

**Bước 4.** Khoảng tin cậy 95% cho chiều cao trung bình

$$(\overline{x} - \varepsilon;\, \overline{x} + \varepsilon) = (1,6185\, m;\, 1,6615\, m)$$

**Bài 4.3.** Một hãng sản xuất bóng đèn đã đưa vào thử nghiệm để xác định tuổi thọ trung bình. Chọn một mẫu gồm 20 bóng đèn cùng loại để thực nghiệm. Tuổi thọ của 20 bóng đèn được cho trong bảng sau (đơn vị nghìn giờ)

| Thời gian | Số bóng đèn |
|---|---|
| $(5; 5,5]$ | 3 |
| $(5,5; 6]$ | 6 |
| $(6; 6.5]$ | 7 |
| $(6.5; 7]$ | 4 |

Giả sử tuổi thọ bóng đèn tuân theo luật phân phối chuẩn, hãy ước lượng tuổi thọ trung bình của bóng đèn với độ tin cậy 95% ?.

*Hướng dẫn giải*

**Bước 1.** Bài toán thuộc trường hợp 3 ($n < 30$, chưa biết $\sigma^2$ và $X$ có phân phối chuẩn).
**Bước 2.** Trên mẫu cụ thể ta có $\overline{x} = 6,05$ và $s = 0,497$
**Bước 3.** Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = t_{\frac{1-\gamma}{2}}\left(n-1\right).\frac{s}{\sqrt{n}} = 2,093.\frac{0,497}{\sqrt{20}} = 0,2326$$

**Bước 4.** Khoảng ước lượng cho trung bình với độ tin cậy 95%

$$(\overline{x} - \varepsilon;\, \overline{x} + \varepsilon) = (5,817;\, 6,283) \text{ nghìn giờ}$$

**Bài 4.4.** Trước ngày bầu cử tổng thống, một cuộc thăm dò dư luận đã tiến hành. Người ta chọn ngẫu nhiên 100 người để hỏi ý kiến thì có 60 người nói rằng họ sẽ bỏ phiếu cho ông A. Hãy ước lượng (khoảng đối xứng) tỷ lệ cử tri bỏ phiếu cho ông A với độ tin cậy 95%.

*Hướng dẫn giải*

+ Ta nhận thấy

$$\begin{cases} n = 100 > 30 \\ nf = 60 > 5 \\ n\left(1-f\right) = 40 > 5 \end{cases}$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} = 1,96.\sqrt{\frac{0,6.\left(1-0,6\right)}{100}} = 0,096$$

+ Khoảng ước lượng tỷ lệ

$$\left(f-\varepsilon;\, f+\varepsilon\right) = \left(0,504;\, 0,696\right).$$

**Bài 4.5.** Trước ngày bầu cử tổng thống, một cuộc thăm dò dư luận đã tiến hành. Người ta chọn ngẫu nhiên 100 người để hỏi ý kiến thì có 60 người nói rằng họ sẽ bỏ phiếu cho ông A. Để ước lượng tỷ lệ người dân bỏ phiếu cho ông A với độ tin cậy 95% và sai số không vượt quá 2% thì cần phải điều tra thêm ít nhất bao nhiêu người nữa.

*Hướng dẫn giải*

+ Độ chính xác của ước lượng được xác định

$$\varepsilon = z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}}$$

+ Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned} &\varepsilon \le 0,02 \\ &\Leftrightarrow z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} \le 0,02 \Leftrightarrow n \ge z^2_{\frac{1-\alpha}{2}}\frac{f\left(1-f\right)}{0,02^2} \\ &\Leftrightarrow n \ge \left(1,96\right)^2\frac{0,6.0,4}{\left(0,02\right)^2} \Leftrightarrow n \ge 2304,96 \end{aligned}$$

+ Vậy cần phải điều tra thêm ít nhất là 2205 người.

**Bài 4.6.** Một vùng có 2000 hộ gia đình. Để điều tra nhu cầu tiêu dùng một loại hàng hóa tại vùng đó người ta nghiên cứu ngẫu nhiên 100 gia đình và thấy có 74 gia đình có nhu cầu về loại hàng hóa trên. Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng khoảng tin cậy đối xứng số gia đình trong vùng có nhu cầu về loại hàng hóa đó.

*Hướng dẫn giải*

+ Gọi M là số gia đình trong vùng có nhu cầu về loại hàng hóa đó, suy ra $p = \dfrac{M}{2000}$.
+ Ta nhận thấy

$$\begin{cases} n = 100 > 30 \\ nf = 74 > 5 \\ n\left(1-f\right) = 26 > 5 \end{cases}$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} = 1,96.\sqrt{\frac{0,74.\left(1-0,74\right)}{100}} = 0,086$$

+ Khoảng ước lượng tỷ lệ

$$\left(f-\varepsilon;\ f+\varepsilon\right) = \left(0,654;\ 0,826\right).$$

+ Vậy số gia đình trong vùng có nhu cầu về loại hàng hóa nào đó nằm trong khoảng $(1308; 1652)$

**Bài 4.7.** Để ước lượng tỷ lệ người dân có mức thu nhập trên 10 triệu đồng ở TP. Hồ Chí Minh với độ tin cậy 95%, sai số không vượt quá 2% thì cần phải điều tra số lượng bao nhiêu người, biết rằng tỉ lệ thực nghiệm là 0,8.

*Hướng dẫn giải*

+ Độ chính xác của ước lượng được xác định

$$\varepsilon = z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}}$$

+ Theo giả thiết ta có

$$\begin{aligned}
&\varepsilon \le 0,02\\
&\Leftrightarrow z_{\frac{1-\alpha}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} \le 0,02 \Leftrightarrow n \ge z^2_{\frac{1-\alpha}{2}}\frac{f\left(1-f\right)}{0,02^2}\\
&\Leftrightarrow n \ge (1,96)^2\frac{0,8.0,2}{(0,02)^2} \Leftrightarrow n \ge 1536,64
\end{aligned}$$

+ Vậy cần phải điều tra ít nhất là 1537 người.

**Bài 4.8.** Kiểm tra ngẫu nhiên 400 sản phẩm do một máy sản xuất thấy có 20 phế phẩm. Với độ tin cậy 95%,

a) Hãy ước lượng tỷ lệ phế phẩm tối đa của máy đó.

b) Hãy ước lượng tỷ lệ phế phẩm tối thiểu của máy đó.

*Hướng dẫn giải*

+ Ta có $f = \dfrac{20}{400} = 0,05$

$\varepsilon = z_{0,5-\alpha}\sqrt{\dfrac{f(1-f)}{n}} = 1,645.\sqrt{\dfrac{0,05.0,95}{400}} = 0,0179$

a. Khoảng tin cậy tối đa $p \le f + \varepsilon = 0,0679$

b. Khoảng tin cậy tối thiểu $p \ge f - \varepsilon = 0,0321$

# Chương 5

# Kiểm định giả thiết thống kê

**Bài 5.1.** Đo chiều cao (đơn vị cm) của 24 trẻ em 2 tuổi tại 1 huyện ta có số liệu:
84,4; 89,9; 89,0; 91,9; 87,0; 78,5; 84,5; 86,3; 80,6; 80,0; 81,3; 86,8; 83,4; 89,8; 85,4; 80,6; 85,0; 82,5; 80,7; 84,3; 95,4; 85,0; 85,5; 81,6
Biết chiều cao của trẻ em hai tháng tuổi chung của đất nước là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn $N(86,5; 9,67)$ . Hỏi với mức ý nghĩa 1% có sự khác biệt đáng kể về chiều cao trung bình của trẻ em huyện này so với chiều cao trung bình chung của đất nước không?

*Hướng dẫn giải*

Đây là bài toán kiểm định với phương sai đã biết và $n = 24 < 30$.
Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : \mu = \mu_0 = 86,5$; $H_1 : \mu \neq \mu_0$.
Bước 2. Miền bác bỏ

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \left(-\infty; -z_{\frac{1-\alpha}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}}; +\infty\right) \\ &= (-\infty; -z_{0,495}) \cup (z_{0,495}; +\infty) \\ &= (-\infty; -2,575) \cup (2,575; +\infty) \end{aligned}$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma} = \frac{(84,975 - 86,5)\sqrt{24}}{\sqrt{9,67}} = -2,4$$

Bước 4. Kết luận
Ta nhận thấy $z_{qs} \notin W_\alpha$, nên chấp nhận giả thiết. Vậy chiều cao trung bình đứa trẻ 2 tháng tuổi ở huyện này không có sự khác biệt so với chiều cao trung bình chung trẻ em 2 tháng tuổi của đất nước.

**Bài 5.2.** Một trại chăn nuôi gà đã nuôi thí nghiệm bằng khẩu phần thức ăn có bổ sung kháng sinh. Kiểm tra 81 con gà ta có số liệu:

| Trọng lượng (kg) | 3,8 | 3,9 | 4,0 | 4,1 | 4,2 | 4,3 | 4,4 | 4,5 | 4,6 | 4,7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số gà | 5 | 7 | 9 | 12 | 15 | 10 | 9 | 6 | 5 | 3 |

a) Trại chăn nuôi báo cáo trọng lượng trung bình của những con gà nuôi thí nghiệm sau 8 tuần nuôi là 4,3 kg thì có đúng không với độ tin cậy 95%?

b) Giả sử những con gà có trọng lượng lớn hơn 4,3 kg được xếp loại I và trọng lượng của nó có phân phối chuẩn. với mức ý nghĩa 5%, chúng ta có thể kết luận trọng lượng trung bình của những con gà loại I lớn hơn 4,5 kg được không?

*Hướng dẫn giải*

a) Đây là bài toán kiểm định với phương sai chưa biết và $n = 81 > 30$.
Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : \mu = \mu_0 = 4,3 (gam)$; $H_1 : \mu \neq \mu_0 \, (gam)$.
Bước 2. Miền bác bỏ

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \left(-\infty; -z_{\frac{1-\alpha}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}}; +\infty\right) \\ &= (-\infty; -z_{0,475}) \cup (z_{0,475}; +\infty) \\ &= (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty) \end{aligned}$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s} = \frac{(4,212 - 4,3)\sqrt{81}}{0,2358} = -3,3588$$

Bước 4. Kết luận
Ta nhận thấy $z_{qs} \in W_\alpha$, nên bác bỏ giả thiết. Vậy với độ tin cậy 95%, báo cáo của trại chăn nuôi là không đúng.

b) Đây là bài toán kiểm định với phương sai chưa biết, $n = 23 < 30$ và biến đang xét có phân phối chuẩn.
Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : \mu = \mu_0 = 4,5 (gam)$; $H_1 : \mu > \mu_0 \, (gam)$.
Bước 2. Miền bác bỏ

$$W_\alpha = (t_\alpha(n-1); +\infty) = (t_{0,05}(22)) = (1,717; +\infty)$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$t_{qs} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s} = \frac{(4,5087 - 4,3)\sqrt{23}}{0,1083} = 0,3853$$

Bước 4. Kết luận
Ta nhận thấy $t_{qs} \notin W_\alpha$, nên chấp nhận giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 5%, báo cáo của trại chăn nuôi là không đúng.

**Bài 5.3.** ở một nước, một đảng chính trị tuyên bố rằng 45% cử tri sẽ bỏ phiếu bầu cho ông A là ứng cử viên của họ. Chọn ngẫu nhiên 200 người hỏi ý kiến có 80 người sẽ bầu cho ông A. với mức ý nghĩa 5% hãy cho nhận xét về tuyên bố trên.

*Hướng dẫn giải*

Ta nhận thấy $\begin{cases} np_0 = 90 > 5 \\ n(1-p_0) = 110 > 5 \end{cases}$

Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : p = p_0 = 0,45$; $H_1 : p \neq p_0$.

Bước 2. Miền bác bỏ

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \left(-\infty; -z_{\frac{1-\alpha}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}}; +\infty\right) \\ &= (-\infty; -z_{0,475}) \cup (z_{0,475}; +\infty) \\ &= (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty) \end{aligned}$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(f-p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{(0,4-0,45)\sqrt{200}}{\sqrt{0,45(1-0,45)}} = -1,4213$$

Bước 4. Kết luận

Ta nhận thấy $z_{qs} \notin W_\alpha$, nên chấp nhận giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 5% chưa có cơ sở để bác bỏ tuyên bố trên.

**Bài 5.4.** Giả sử một huyện năm trước có tỷ lệ trẻ em bị suy dinh dưỡng là 10%, năm nay huyện thực hiện nhiều chính sách nhằm làm giảm tỷ lệ này xuống. chọn 400 đứa trẻ, kiểm tra ta thấy có 32 đứa trẻ vẫn còn bị suy dinh dưỡng. với mức ý nghĩa 1% hãy cho kết luận về việc giảm tỷ lệ trẻ em suy dinh dưỡng của huyện này.

*Hướng dẫn giải*

Ta nhận thấy $\begin{cases} np_0 = 40 > 5 \\ n(1-p_0) = 360 > 5 \end{cases}$

Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : p = p_0 = 0,1$; $H_1 : p < p_0$.

Bước 2. Miền bác bỏ

$$W_\alpha = (-\infty; -z_{0,5-\alpha}) = (-\infty; -z_{0,49}) = (-\infty; -2,33)$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(f-p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0(1-p_0)}} = \frac{(0,08-0,1)\sqrt{400}}{\sqrt{0,1(1-0,1)}} = -\frac{4}{3}.$$

Bước 4. Kết luận

Ta nhận thấy $z_{qs} \notin W_\alpha$, nên chấp nhận giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 1% báo cáo của huyện về việc giảm tỷ lệ trẻ em bị suy dinh dưỡng là chưa chấp nhận được.

**Bài 5.5.** So sánh mức thu nhập theo tuần giữa nam và nữ tại một công ty liên doanh ta có số liệu mẫu như sau:

- Nữ: chọn một mẫu 40 người, tính được thu nhập trung bình .
- Nam: chọn một mẫu 50 người, tính được thu nhập trung bình .

Biết rằng phương sai thu nhập theo tuần của nữ là 80 và của nam là 100. Với mức ý nghĩa 1%, có thể kết luận thu nhập trung bình của nữ thấp hơn nam được không?

*Hướng dẫn giải*

Đây là bài toán so sánh hai trung bình, trường hợp phương sai đã biết.
Gọi $X_1$ là thu nhập theo tuần của nữ, $E(X_1) = \mu_1$; $X_2$ là thu nhập theo tuần của nam, $E(X_2) = \mu_2$.
Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ và đối thiết $H_1 : \mu_1 < \mu_2$.
Bước 2. Miền bác bỏ

$$W_\alpha = (-\infty;\ -z_{0,5-\alpha}) = (-\infty; -z_{0,49}) = (-\infty; -2,33)$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = \frac{130 - 140}{\sqrt{\frac{80}{40} + \frac{100}{50}}} = -5$$

Bước 4. Kết luận
Ta nhận thấy $z_{qs} \in W_\alpha$, nên ta bác bỏ giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 1%, ta có thể xem mức thu nhập của nữ là thấp hơn của nam.

**Bài 5.6.** Khảo sát chiều cao ( đơn vị cm ) của học sinh nữ tại hai trường phổ thông trung học huyện A và huyện B ta có số liệu:

| Chiều cao | Số học sinh nữ của huyện A | Số học sinh nữ của huyện B |
|---|---|---|
| (150 − 152] | 3 | 5 |
| (152 − 154] | 5 | 10 |
| (154 − 156] | 7 | 14 |
| (156 − 158] | 15 | 18 |
| (158 − 160] | 26 | 22 |
| (160 − 162] | 25 | 11 |
| (162 − 164] | 12 | 9 |
| (164 − 166] | 13 | 5 |
| (166 − 168] | 10 | 4 |
| (168 − 170] | 5 | 2 |

a) Với mức ý nghĩa 1% có thể xem chiều cao trung bình học sinh trung học nữ của huyện A cao hơn huyện B được không?

b) Những học sinh có chiều cao từ 154 cm trở xuống được xem là nhóm thấp. giả sử chiều cao học sinh nhóm thấp ở hai huyện là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn có phương sai xấp xỉ bằng nhau. Một người nói chiều cao trung bình học sinh nhóm thấp của hai huyện là như nhau thì có đúng không với độ tin cậy là 95%.

*Hướng dẫn giải*

a) Đây là bài toán so sánh hai trung bình, trường hợp phương sai chưa biết và kích thước mẫu lớn $(n_1 + n_2 - 2 = 121 + 100 - 2 > 30)$
Gọi $X_1$ là chiều cao của học sinh nữ huyện A, $E(X_1) = \mu_1$; $X_2$ là chiều cao của học sinh nữ huyện B, $E(X_2) = \mu_2$.
Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ và đối thiết $H_1 : \mu_1 > \mu_2$.
Bước 2. Miền bác bỏ

$$W_\alpha = (z_{0,5-\alpha}; +\infty) = (z_{0,49}; +\infty) = (2,33;\ +\infty)$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{160,6 - 158,48}{\sqrt{\frac{4,216^2}{121} + \frac{4,232^2}{100}}} = 3,713$$

Bước 4. Kết luận
Ta nhận thấy $z_{qs} \in W_\alpha$, nên ta bác bỏ giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 1%, ta có thể xem chiều cao trung bình của học sinh nữ huyện A cao hơn huyện B..

b) Đây là bài toán so sánh hai trung bình, trường hợp phương sai chưa biết và kích thước mẫu nhỏ $(n_1 + n_2 - 2 = 8 + 15 - 2 < 30)$
Gọi $X_1$ là chiều cao của học sinh nữ nhóm thấp huyện A, $E(X_1) = \mu_1$; $X_2$ là chiều cao của học sinh nữ nhóm thấp huyện B, $E(X_2) = \mu_2$.
Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ và đối thiết $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.
Bước 2. Miền bác bỏ

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \left(-\infty;\ -t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2)\right) \cup \left(t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2); +\infty\right) \\ &= (-\infty;\ -t_{0,025}(21)) \cup (t_{0,025}(21); +\infty) \\ &= (-\infty;\ -2,08) \cup (2,08; +\infty). \end{aligned}$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(8-1)\,1,035^2 + (15-1)\,0,976^2}{21} = 0,9921$$

$$t_{qs} = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{s^2\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{152,25 - 152,33}{\sqrt{0,9921\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{15}\right)}} = -0,1835$$

Bước 4. Kết luận

Ta nhận thấy $t_{qs} \notin W_\alpha$, nên ta chấp nhận giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 1%, chiều cao trung bình của học sinh nữ thuộc nhóm thấp ở huyện A bằng huyện B.

**Bài 5.7.** Kiểm tra 100 đứa trẻ của vùng I phát hiện 42 đứa trẻ bị sâu răng, vùng II có 92 đứa trẻ bị sâu răng khi kiểm tra 200 đứa trẻ. Với mức ý nghĩa 5% có thể xem tỷ lệ trẻ bị sâu răng ở 2 vùng bằng nhau được không?

*Hướng dẫn giải*

Đây là bài toán so sánh hai tỷ lệ.

Gọi $p_1, p_2$ lần lượt là tỷ lệ trẻ bị sâu răng của vùng I và vùng II.

Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : p_1 = p_2$ và đối thiết $H_1 : p_1 \neq p_2$.

Bước 2. Miền bác bỏ

$$\begin{aligned} W_\alpha &= \left(-\infty; -z_{\frac{1-\alpha}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{1-\alpha}{2}}; +\infty\right) \\ &= (-\infty; -z_{0,475}) \cup (z_{0,475}; +\infty) \\ &= (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty) \end{aligned}$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$f = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} = \frac{100.0,42 + 200.0,46}{100 + 200} = 0,447$$

$$z_{qs} = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f(1-f)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0,42 - 0,46}{\sqrt{0,447.\,0,553.\,\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{200}\right)}} = -0,6569$$

Bước 4. Kết luận

Ta nhận thấy $z_{qs} \notin W_\alpha$, nên chấp nhận giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 5%, tỷ lệ những đứa trẻ bị sâu răng của hai vùng là như nhau.

**Bài 5.8.** Kiểm tra chất lượng sản phẩm về một loại hàng do hai nhà máy A và B sản xuất cho kết quả : trong 500 sản phẩm của A có 50 phế phẩm và trong 400 sản phẩm của B có 60 phế phẩm. với mức ý nghĩa 5%, hãy xem chất lượng sản phẩm của A có tốt hơn B không ?

*Hướng dẫn giải*

Đây là bài toán so sánh hai tỷ lệ.

Gọi $p_1, p_2$ lần lượt là tỷ lệ phế phẩm của A và B.

Bước 1. Chọn giả thiết $H_0 : p_1 = p_2$ và đối thiết $H_1 : p_1 < p_2$.

Bước 2. Miền bác bỏ

$$W_\alpha = (-\infty; -z_{0,5-\alpha}) = (-\infty;\ -z_{0,45}) = (-\infty;\ -1,645)$$

Bước 3. Giá trị quan sát

$$f = \frac{n_1 f_1 + n_2 f_2}{n_1 + n_2} = \frac{500.0,1 + 400.0,15}{500 + 400} = \frac{11}{90}$$

$$z_{qs} = \frac{f_1 - f_2}{\sqrt{f\left(1-f\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0,1 - 0,15}{\sqrt{\frac{11}{90}.\left(1 - \frac{11}{90}\right).\left(\frac{1}{500} + \frac{1}{400}\right)}} = -2,2756$$

Bước 4. Kết luận

Ta nhận thấy $z_{qs} \in W_\alpha$, nên bác bỏ giả thiết. Vậy với mức ý nghĩa 5%, chất lượng sản phẩm của A tốt hơn B.

**Bài 5.9.** Số liệu thống kê về doanh số bán (triệu đồng/ngày) của một siêu thị như sau:

| Doanh số | 20-40 | 40-50 | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | 110-130 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số ngày | 5 | 10 | 20 | 25 | 25 | 15 | 10 | 8 | 3 |

a) Những ngày có doanh số bán hàng trên 90 triệu đồng là những ngày bán đắt hàng. Hãy ước lượng tỷ lệ những ngày bán đắt hàng ở siêu thị này với độ tin cậy 95%.

b) Ước lượng doanh số bán trung bình của một ngày ở siêu thị với độ tin cậy 90%, giả sử doanh số bán hàng của những ngày bán là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn.

c) Nếu muốn sai số ước lượng trung bình của một ngày bán hàng ở siêu thị không vượt quá 3 triệu đồng/ngày, ở độ tin cậy 99% thì cần quan sát thêm ít nhất bao nhiêu ngày nữa.

d) Trước đây doanh số bán hàng trung bình là 65 triệu đồng/ngày. Số liệu ở trên được thu thập sau khi siêu thị áp dụng phương pháp bán hàng mới. Hãy cho nhận xét về phương pháp bán hàng này với mức ý nghĩa 5%.

Giải

a) Ước lượng tỷ lệ

+ Điều kiện

$$\begin{cases} n = 121 > 30 \\ nf = 121.\dfrac{21}{121} = 21 > 5 \\ n\left(1-f\right) = 121\left(1 - \dfrac{21}{121}\right) = 100 > 5 \end{cases}$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} = Z_{0,475}\sqrt{\frac{\frac{21}{121}\left(1 - \frac{21}{121}\right)}{121}} = 1,96.0,0344 = 0,0675$$

+ Khoảng ước lượng tỷ lệ

$$(f-\varepsilon; f+\varepsilon) = (0,1061; 0,2411)$$

b) <u>Ước lượng trung bình</u>

+ Bài toán thuộc trường hợp 2 (không biết $\sigma$ và $n > 30$).

+ Các đặc trưng mẫu

$$\overline{x} = 71,281;\ \ s = 19,7329$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\frac{\gamma}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}} = z_{0,45}\frac{s}{\sqrt{n}} = 1,645\frac{19,7329}{\sqrt{121}} = 2,951$$

+ Khoảng ước lượng

$$(\overline{x}-\varepsilon; \overline{x}+\varepsilon) = (68,33; 74,232)$$

c) <u>Xác định kích thước mẫu</u>

$$\varepsilon \le 3 \Leftrightarrow z_{\frac{\gamma}{2}}\frac{s}{\sqrt{n'}} \le 3 \Leftrightarrow n' \ge z^2_{\frac{0,99}{2}}\frac{s^2}{3^2} = 2,575^2\frac{19,7329^2}{3^2} = 286,8757$$

Vậy cần phải quan sát thêm ít nhất $287 - 121 = 166$ ngày nữa.

d) <u>Kiểm định trung bình</u>

+ Đặt giả thiết $H_0: \mu = \mu_0 = 65$; $H_1: \mu \ne \mu_0$.

+ Miền bác bỏ

$$W_\alpha = \left(-\infty; -z_{\frac{\gamma}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{\gamma}{2}}; +\infty\right) = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$$

+ Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(\overline{x}-\mu_0)\sqrt{n}}{s} = \frac{(71,281-65)}{19,7329} = 0,3183$$

+ Ta có $z_{qs} \notin W_\alpha$ nên suy ra chưa có cơ sở bác bỏ $H_0$.

Vậy phương pháp bán hàng mới chưa làm thay đổi doanh số bán hàng.

**<u>Bài 5.10.</u>** Khảo sát chiều cao của 100 sinh viên ở một Trường Đại học (chọn mẫu ngẫu nhiên) ta được bảng số liệu sau

| Chiều cao (m) | 1,54-1,58 | 1,58-1,62 | 1,62-1,66 | 1,66-1,70 | 1,70-1,74 | 1,74-1,78 | 1,78-1,82 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số sinh viên | 25 | 15 | 30 | 14 | 10 | 4 | 2 |

a) Hãy ước lượng chiều cao trung bình của sinh viên với độ tin cậy 95%.

b) Với độ tin cậy 90%, hãy ước lượng tỷ lệ sinh viên có chiều cao từ 1,7m trở đi.

c) Với số liệu thống kê trên, nếu muốn ước lượng chiều cao trung bình của sinh viên đạt độ tin cậy 99% và độ chính xác 0,01m thì cần điều tra thêm bao nhiêu sinh viên nữa?

d) Một người khẳng định rằng chiều cao trung bình của sinh viên trường này là 1,67m. Hãy kết luận về lời khẳng định đó với mức ý nghĩa 5%.

Giải

a) Ước lượng trung bình

+ Bài toán thuộc trường hợp 2 (không biết $\sigma$ và $n > 30$).

+ Các đặc trưng mẫu

$$\overline{x} = 1,6356;\ s = 0,0617$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\frac{\gamma}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} = z_{0,475} \frac{s}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{0,0617}{\sqrt{100}} = 0,0012$$

+ Khoảng ước lượng

$$(\overline{x} - \varepsilon; \overline{x} + \varepsilon) = (1,6344; 1,6368)$$

b) Ước lượng tỷ lệ

+ Điều kiện

$$\begin{cases} n = 100 > 30 \\ nf = 100.\dfrac{16}{100} = 16 > 5 \\ n\left(1 - f\right) = 100\left(1 - \dfrac{16}{100}\right) = 84 > 5 \end{cases}$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = Z_{\frac{\gamma}{2}} \sqrt{\frac{f\left(1 - f\right)}{n}} = Z_{0,45} \sqrt{\frac{\dfrac{16}{100}\left(1 - \dfrac{16}{100}\right)}{100}} = 1,645.0,0367 = 0,0604$$

+ Khoảng ước lượng tỷ lệ

$$(f - \varepsilon; f + \varepsilon) = (0,0996; 0,2204)$$

c) Xác định kích thước mẫu

$$\varepsilon \le 3 \Leftrightarrow z_{\frac{\gamma}{2}}\frac{s}{\sqrt{n'}} \le 0,01 \Leftrightarrow n' \ge z^2_{\frac{0,99}{2}}\frac{s^2}{0,01^2} = 2,575^2\frac{0,0617^2}{0,01^2} = 252,4206$$

Vậy cần phải quan sát thêm ít nhất $253 - 100 = 153$ ngày nữa.

d) Kiểm định trung bình

+ Đặt giả thiết $H_0 : \mu = \mu_0 = 67$; $H_1 : \mu \ne \mu_0$.

+ Miền bác bỏ

$$W_\alpha = \left(-\infty; -z_{\frac{\gamma}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{\gamma}{2}}; +\infty\right) = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$$

+ Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{s} = \frac{(1,6356 - 1,67)}{0,0617} = -0,5575$$

+ Ta có $z_{qs} \notin W_\alpha$ nên suy ra chưa có cơ sở bác bỏ $H_0$.

Vậy lời khẳng định của người đó là đúng sự thất với mức ý nghĩa 5%..

**Bài 5.11.** Điều tra thu nhập của 100 hộ gia đình ở tỉnh A thấy có 13 hộ thuộc diện nghèo.

a) Ước lượng số hộ nghèo ở tỉnh A với độ tin cậy 95%, biết rằng tỉnh A có 15.000 hộ.

b) Tỷ lệ hộ nghèo của tỉnh B là 10%, với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng tỷ lệ hộ nghèo của tỉnh A cao hơn tỉnh B hay không?

Giải

a) Ước lượng tỷ lệ

+ Gọi M là số hộ nghèo ở tỉnh A, suy ra $p = \dfrac{M}{15000}$.

+ Điều kiện

$$\begin{cases} n = 100 > 30 \\ nf = 100.\dfrac{13}{100} = 13 > 5 \\ n(1-f) = 100\left(1 - \dfrac{13}{100}\right) = 87 > 5 \end{cases}$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = Z_{\frac{\gamma}{2}}\sqrt{\frac{f\,(1-f)}{n}} = Z_{0,475}\sqrt{\frac{0,13\,(1-0,13)}{100}} = 1,96.0,0336 = 0,0659$$

+ Khoảng ước lượng tỷ lệ

$$(f-\varepsilon; f+\varepsilon) = (0,0641; 0,1959)$$

+ Vậy với độ tin cậy 95%, $M \in (961.5; 2938.5)$.

b) Kiểm định tỷ lệ

+ Đặt giả thiết $H_0 : p = p_0 = 0,1$; $H_1 : p > p_0$.

+ Miền bác bỏ $W_\alpha = \left(Z_{\gamma-\frac{1}{2}}; +\infty\right) = (1,645; +\infty)$

+ Giá trị quan sát $z_{qs} = \dfrac{(f-p_0)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0\,(1-p_0)}} = 1.$

+ Ta có $z_{qs} \notin w_\alpha$ nên suy ra chưa có cơ sở bác bỏ $H_0$.

Vậy chưa có cơ sở cho rằng tỷ lệ hộ nghèo ở tỉnh A cao hơn tỉnh B.

**Bài 5.12.** Để kiểm tra chất lượng của một lô lớn các màn hình máy tính xuất khẩu người ta lấy ngẫu nhiên 100 màn hình để kiểm tra và thấy 6 màn hình có khuyết tật.

a) Với độ tin cậy 95% hãy ước lượng số màn hình có khuyết tật tối đa nếu lô hàng đó có 10.000 màn hình.

b) Nhà nhập khẩu chỉ chấp nhận lô màn hình đó nếu tỷ lệ các màn hình có khuyết tật tối đa là 7%. Hỏi lô hàng đó có thể chấp nhận được không?

Giải

a) Ước lượng tỷ lệ

+ Gọi M là số màn hình khuyết tật của lô hàng, suy ra $p = \dfrac{M}{10000}$.

+ Điều kiện

$$\begin{cases} n = 100 > 30 \\ nf = 100.\dfrac{6}{100} = 6 > 5 \\ n\,(1-f) = 100\left(1-\dfrac{6}{100}\right) = 94 > 5 \end{cases}$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = Z_{\gamma-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{f\left(1-f\right)}{n}} = Z_{0,45}\sqrt{\frac{0,06\left(1-0,06\right)}{100}} = 1,645.0,0237 = 0,039$$

+ Khoảng ước lượng tối đa

$$(-\infty; f+\varepsilon) = (-\infty; 0,099)$$

+ Vậy với độ tin cậy 95%, $M \leq 990$.

b) Kiểm định tỷ lệ

+ Đặt giả thiết $H_0 : p = p_0 = 0,07;\ H_1 : p > p_0$.

+ Miền bác bỏ $W_\alpha = \left(Z_{\gamma-\frac{1}{2}}; +\infty\right) = (1,645; +\infty)$

+ Giá trị quan sát $z_{qs} = \dfrac{\left(f-p_0\right)\sqrt{n}}{\sqrt{p_0\left(1-p_0\right)}} = -0,3919.$

+ Ta có $z_{qs} \notin w_\alpha$ nên suy ra chưa có cơ sở bác bỏ $H_0$.

Vậy lô hàng được chấp nhận.

**Bài 5.13.** Khảo sát năng suất của một giống lúa mới khi thu hoạch ở 41 điểm tại vùng A, ta thu được kết quả sau

| Năng suất (tạ/ha) | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 |
|---|---|---|---|---|---|
| Số điểm | 5 | 8 | 10 | 11 | 7 |

a) Ước lượng năng suất trung bình tối thiểu của giống lúa này tại vùng A với độ tin cậy 95%.

b) Giống lúa mới được coi là đạt yêu cầu nếu đạt năng suất 39,5 tạ/ha. Với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng giống lúa trên đạt yêu cầu hay không?

Giải

a) Ước lượng trung bình tối thiểu

+ Bài toán thuộc trường hợp 2 (không biết $\sigma$ và $n > 30$).

+ Các đặc trưng mẫu

$$\overline{x} = 39,1707;\ s = 1,2826$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\gamma-\frac{1}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}} = z_{0,45}\frac{s}{\sqrt{n}} = 1,645\frac{1,2826}{\sqrt{41}} = 0,3295$$

+ Khoảng ước lượng tối thiểu

$$(\overline{x} - \varepsilon; +\infty) = (38,8412; +\infty)$$

b) Kiểm định trung bình một phía

+ Đặt giả thiết $H_0 : \mu = \mu_0 = 39,5;\ H_1 : \mu < \mu_0$.

+ Miền bác bỏ $W_\alpha = \left(-\infty; -Z_{\gamma-\frac{1}{2}}\right) = (-\infty; -1,645;)$

+ Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{(\overline{x} - \mu_0)\sqrt{n}}{\sigma} = -1,6439$$

+ Ta có $z_{qs} \notin W_\alpha$ nên suy ra chưa có cơ sở bác bỏ $H_0$.

Vậy giống lúa đạt tiêu chuẩn.

**Bài 5.14.** Theo dõi doanh thu của một đại lý bán xăng dầu qua một số ngày thu được kết quả:

| Doanh thu (triệu đồng) | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|
| Số ngày | 3 | 7 | 10 | 7 | 4 |

a) Ước lượng doanh thu trung bình tối thiểu của đại lý trên với độ tin cậy 95%.

b) Năm trước theo dõi doanh thu qua 36 ngày tính được doanh thu trung bình hằng ngày là 12,5 triệu đồng và độ lệch chuẩn là 500 ngàn đồng, với mức ý nghĩa 5% có thể cho rằng doanh thu hằng ngày đã thay đổi? (biết rằng doanh thu là biến ngẫu nhiên có phân phối chuẩn)

Giải

a) Ước lượng trung bình tối thiểu

+ Bài toán thuộc trường hợp 2 (không biết $\sigma$ và $n_1 > 30$).

+ Các đặc trưng mẫu

$$\overline{x}_1 = 13,0645;\ s_1 = 1,1814$$

+ Độ chính xác của ước lượng

$$\varepsilon = z_{\gamma-\frac{1}{2}} \frac{s}{\sqrt{n_1}} = z_{0,45} \frac{s_1}{\sqrt{n_1}} = 1,645 \frac{1,1814}{\sqrt{31}} = 0,349$$

+ Khoảng ước lượng tối thiểu

$$(\overline{x}_1 - \varepsilon; +\infty) = (12,7155; +\infty)$$

b) <u>So sánh hai trung bình</u>

Gọi $\mu_1$; $\mu_2$ lần lượt là doanh thu của đại lý năm nay và năm trước. Theo giả thiết ta có $n_2 = 36$; $\overline{x}_2 = 12,5$ và $s_2 = \sqrt{\dfrac{n}{n-1}}\widehat{s}_2 = \sqrt{\dfrac{36}{35}}0,5 = 0,5071$.

+ Đặt giả thiết $H_0 : \mu_1 = \mu_2$; $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$.

+ Miền bác bỏ

$$W_\alpha = \left(-\infty; -z_{\frac{\gamma}{2}}\right) \cup \left(z_{\frac{\gamma}{2}}; +\infty\right) = (-\infty; -1,96) \cup (1,96; +\infty)$$

+ Giá trị quan sát

$$z_{qs} = \frac{\overline{x_1} - \overline{x_2}}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{13,0645 - 12,5}{\sqrt{\dfrac{1,1814^2}{31} + \dfrac{0,5071^2}{36}}} = 2,4716$$

+ Ta có $z_{qs} \in w_\alpha$ nên suy ra bác bỏ $H_0$.

Vậy doanh thu hằng ngày của đại lý đã thay đổi.

<u>**Bài 5.15.**</u> Khảo sát về thu nhập $X$ (triệu đồng/tháng) của một số công nhân tại một công ty may mặc người ta có bảng số liệu sau:

| Thu nhập | 2-3 | 3-4 | 4-5 | 5-6 | 6-7 | 7-9 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số người | 5 | 9 | 30 | 25 | 10 | 6 |

a) Tính trung bình mẫu, độ lệch chuẩn mẫu.

b) Hãy ước lượng thu nhập trung bình của một người trong một tháng với độ tinh cậy 95%?

c) Giả sử công ty báo cáo rằng "mức thu nhập trung bình của một người là 5000000 đồng/tháng" , với mức ý nghĩa 5% có thể chấp nhận được báo cáo trên hay không?

d) Những người có thu nhập không quá 4000000 đồng/tháng là những người có mức thu nhập thấp. Hãy ước lượng những người có mức thu nhập thấp với độ tin cậy 96%?

e) Giả sử công ty báo cáo rằng "Tỷ lệ những người có mức thu nhập thấp của công ty là 10%", với mức ý nghĩa 7%, báo cáo này có chấp nhận được không?

<u>Đáp số</u>

a) $\overline{x} = 5.0529$; $s = 1.2979$.

b) (4.777; 5.3288) tấn.

c) Công ty báo cáo "mức thu nhập trung bình của một người là 5000000 đồng/tháng" là chấp nhận được.

d) (0.0821; 0.2473).

e) Công ty báo cáo rằng "Tỷ lệ những người có mức thu nhập thấp của công ty là 10%" là không chấp nhận được.

**Bài 5.16.** Điều tra năng suất của một giống lúa trên 100 ha, ta có bảng số liệu

| Năng suất (tấn/ha) | 8 | 8.5 | 9 | 9.5 | 10 | 11 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số ha | 6 | 14 | 20 | 35 | 20 | 5 |

a) Hãy ước lượng năng suất lúa trung bình trên mỗi hecta với độ tin cậy 99%.

b) Những thửa ruộng có năng suất từ 9 tấn/ha trở lên được gọi là đạt tiêu chuẩn. Hãy ước lượng tỷ lệ các thửa ruộng đạt tiêu chuẩn với độ tin cậy 95%?

c) Muốn độ chính xác khi ước lượng năng suất lúa trung bình không quá 0,1 với độ tin cậy 95% thì cần quan sát thêm ít nhất bao nhiêu hecta nữa?

d) Theo một tài liệu thống kê cho biết năng suất lúa trung bình của giống lúa trên là 10 (tấn/ha). Hãy cho biết bảng số liệu trên có phù hợp với tài liệu này không với mức ý nghĩa 5%?

Đáp số: $\overline{x} = 9.345$; $s = 0.6842$.

a) (9.1688;9.5212) tấn/ha.

b) (0.7216; 0.8784)

c) quan sát thêm ít nhất 80 hecta nữa.

d) bảng số liệu trên chưa phù hợp với tài liệu này.

**Bài 5.17.** Để nghiên cứu nhu cầu của một loại hàng, người ta khảo sát nhu cầu của mặt hàng này ở 500 hộ gia đình. Ta được bảng số liệu sau:

| Nhu cầu (kg/tháng) | 0-2 | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 |
|---|---|---|---|---|---|
| Số gia đình | 70 | 110 | 180 | 100 | 40 |

a) Hãy ước lượng nhu cầu về mặt hàng này của toàn khu vực trong một tháng với độ tin cậy 95%. Giả sử khu vực đó có 5000 hộ gia đình.

b) Những gia đình có nhu cầu về mặt hàng này lớn hơn 6kg/tháng là những gia đình có nhu cầu cao. Hãy ước lượng tỷ lệ gia đình có nhu cầu cao trong một tháng với độ tin cậy 97%.

c) Nếu cho rằng tỷ lệ gia đình có nhu cầu cao trong một tháng là 30% thì có chấp nhận được hay không (với mức ý nghĩa $\alpha = 0,03$)?

d) Nếu cho rằng nhu cầu trung bình về mặt hàng này của toàn khu vực là 27 tấn/tháng thì có chấp nhận được hay không (với mức ý nghĩa 5%)?

Đáp số: $\overline{x} = 4.72$; $s = 2.2654$.

a) (22.6; 24.6) tấn.

b) (0.2364; 0.3236)

c) tỷ lệ gia đình có nhu cầu cao trong một tháng là 30% thì chấp nhận được.

d) nhu cầu trung bình về mặt hàng này của toàn khu vực là 27 tấn/tháng thì không chấp nhận được.

**Bài 5.18.** Theo dõi mức nguyên liệu (đơn vị gr) được sử dụng để sản suất ra một đơn vị sản phẩm của một nhà máy. Người ta thu được các số liểu quan sát sau:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 22 | 21 | 20 | 22 | 21 | 20 | 19 | 20 | 21 | 22 | 19 |
| 22 | 21 | 19 | 20 | 20 | 21 | 21 | 19 | 20 | 19 | 22 | 22 |

a) Tìm khoảng ước lượng về số tiền trung bình dùng để mua loại nguyên liệu này trong từng quý của nhà máy với độ tin cậy 98%? (Biết giá loại nguyên liệu này là 900 ngàn đồng/kg và sản lượng của nhà máy trong một quý là 20000 sản phẩm)

b) Trước đây, mức nguyên liệu được sử dụng để sản xuất một sản phẩm trung bình là 22 gr/sản phẩm. Số liệu của mẫu trên được thu thập sau khi áp dụng công nghệ sản xuất mới. Hãy cho nhận xét về công nghệ sản xuất mới với mức ý nghĩa 4%?

c) Nếu muốn ước lượng số tiền trung bình để mua nguyên liệu này trong từng quý của nhà máy đạt độ tin cậy 99% và độ chính xác là 5 triệu đồng thì cần kích thước mẫu bao nhiêu sản phẩm?

Đáp số: $\overline{x} = 20.5417$; $s = 1.1025$.

a) (359624; 379877) ngàn đồng.

b) công nghệ sản xuất mới có mức nguyên liệu trung bình được sử dụng để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thấp hơn công nghệ cũ.

c) 129 sản phẩm.

**Bài 5.19.** Một công ty dự định mở một siêu thị ở khu dân cư. Để đánh giá khả năng mua hàng của dân cư trong khu vực người ta tiến hành điều tra về thu nhập (triệu đồng/người/tháng) của 100 hộ chọn ngẫu nhiên trong khu vực và thu được bảng số liệu sau:

| Thu nhập bình quân | 2,5 | 3,5 | 5 | 6,5 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|
| Số hộ | 9 | 20 | 36 | 20 | 15 |

a) Hãy ước lượng khoảng thu nhập bình quân của các hộ trong một tháng với độ tin cậy 95%?

b) Theo bộ phận tiếp thị thì siêu thị chỉ hoạt động hiệu quả tại khu vực này nếu thu nhập bình quân hàng tháng của các hộ tối thiểu là 5 triệu đồng/người. Vậy qua kết quả điều tra trên , công ty có nên quyết định mở siêu thị tại khu dân cư này không (với mức ý nghĩa 5%)?

Đáp số: $\overline{x} = 5.375$; $s = 1.9389$.

a) (4.995; 5.755) triệu đồng/người/tháng.

b) công ty nên quyết định mở siêu thị tại khu dân cư này.

**Bài 5.20.** Từ một lô hàng gồm 5000 sản phẩm, người ta chọn ngẫu nhiên ra 500 sản phẩm để kiểm tra thì thấy có 450 sản phẩm loại A.

a) Hãy ước lượng số sản phẩm loại A có trong lô hàng với độ tin cậy 95%?

b) Nếu muốn ước lượng số sản phẩm loại A của lô hàng đạt độ chính xác như câu a) và độ tin cậy 99% thì cần kiểm tra thêm bao nhiêu sản phẩm nữa?

c) Nếu muốn ước lượng tỷ lệ sản phẩm loại A của lô hàng đạt độ chính xác $\varepsilon = 2,5\%$ thì độ tin cậy là bao nhiêu %?

Đáp số

a) (4369; 4632) sản phẩm.

b) cần phải điều tra 364 sản phẩm nữa.

c) độ tin cậy là 93.72%.

**Bài 5.21.** Điều tra về doanh số bán (triệu đồng /ngày) của một siêu thị trong 100 ngày, ta có bảng số liệu sau (giả sử doanh số bán của siêu thị là đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn):

| Doanh số (triệu đồng/ngày) | 50-60 | 60-70 | 70-80 | 80-90 | 90-100 | 100-110 | 110-120 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số ngày | 5 | 15 | 20 | 25 | 13 | 15 | 7 |

a) Những ngày có doanh số bán trên 90 triệu đồng là những ngày bán đắt hàng. Hãy ước lượng tỷ lệ những ngày bán đắt hàng ở siêu thị này với độ tin cậy 96%?

b) Hãy ước lượng doanh số bán trung bình của một ngày bán đắt hàng ở siêu thị này với độ tin cậy 95%?

c) Nếu siêu thị báo cáo tỷ lệ ngày bán đắt hàng của siêu thị này là 50% thì có chấp nhận được hay không (với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$)?

Đáp số

a) (25.2%; 44.8%).

b) (100.811; 105.7604) triệu đồng.

c) báo cáo trên của siêu thị là không chấp nhận được.

**Bài 5.22.** Khảo sát về thời gian tự học trong một tuần của một số sinh viên ở một trường đại học trong thời gian gần đây, người ta thu được bảng số liệu sau:

| Thời gian tự học (giờ/tuần) | 2-4 | 4-6 | 6-8 | 8-10 | 10-12 | 12-14 | 14-16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Số sinh viên | 18 | 25 | 30 | 22 | 15 | 12 | 8 |

a) Ước lượng giờ tự học trung bình của sinh viên trường này với độ tin cậy 95%.

b) Trước đây giờ tự học của sinh viên trường này là 10 giờ/tuần. Hãy cho nhận xét về tình hình tự học của sinh viên trường này trong thời gian gần đây với mức ý nghĩa 5%?

c) Những sinh viên có giờ tự học từ 10 giờ/tuần trở lên là những sinh viên chăm học. Hãy ước lượng số sinh viên chăm học của trường này với độ tin cậy 98% (biết trường có 10000 sinh viên)?

Đáp số: $\overline{x} = 7.8462$; $s = 3.3491$.

a) (7.3; 8.4) giờ/ tuần.

b) giờ tự học trung bình trong một tuần của sinh viên trường này trong thời gian gần đây đã giảm sút.

c) (1787; 3597) sinh viên.

**Bài 5.23.** Nếu máy đóng bao hoạt động bình thường thì trọng lượng của một loại sản phẩm là đại lượng ngẫu nhiên tuân theo phân phối chuẩn với trọng lượng trung bình là 80gr. Kiểm tra trọng lượng của một số sản phẩm do máy sản xuất, ta được kết quả (đơn vị: gram)

| Trọng lượng | 75 | 78 | 80 | 82 | 85 |
|---|---|---|---|---|---|
| Số sản phẩm | 2 | 6 | 9 | 5 | 3 |

a) Máy đóng bao được xem là hoạt động bình thường nếu nó sản xuất ra những sản phẩm có trọng lượng đúng như quy định (80 gr). Với mức ý nghĩa 5% hãy cho biết máy đóng bao này hoạt động có bình thường hay không?

b) Ước lượng trọng lượng trung bình của loại sản phẩm này với độ tin cậy 98%.

Đáp số: $\overline{x} = 80.12$; $s = 2.6508$.

a) (7.3; 8.4) giờ/ tuần.

b) máy đóng bao hoạt động bình thường.

c) (78.8; 81.4) sản phẩm.

**Bài 5.24.** Khảo sát về trọng lượng của một loại trái cây, ta thu được bảng số liệu sau:

| Trọng lượng (gr) | 200-300 | 300-400 | 400-500 | 500-600 | 600-700 | 700-800 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Số trái | 40 | 130 | 110 | 80 | 30 | 10 |

a) Những trái cây có trọng lượng trên 500 gr là trái loại I. Hãy ước lượng trọng lượng trung bình của trái loại I với độ tin cậy 95%?

b) Nếu cho rằng tỷ lệ trái loại I là 40% thì có chấp nhận được không (với mức ý nghĩa 5%)?

c) Nếu cho rằng trọng lượng trung bình của một trái là 500 gr thì có chấp nhận được không (với mức ý nghĩa 2%)?

Đáp số: $\overline{x} = 440$; $s = 120.1503$

a) (580.2; 603.2) gr.

b) tỷ lệ trái loại I là 40% thì không chấp nhận được.

c) trọng lượng trung bình của một trái là 500 gr thì không chấp nhận được.

# PHỤ LỤC: BẢNG TRA THỐNG KÊ

**Bảng 1: Bảng giá trị hàm Gauss (hàm mật độ Gauss)**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,0 | 0,3989 | 3989 | 3989 | 3986 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0,3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4 | 3683 | 3668 | 9653 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3448 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0,6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9 | 2661 | 2637 | 2613 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0 | 2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2299 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1,3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1626 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0878 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1,9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0 | 0540 | 0529 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |

**Bảng 1: Bảng giá trị hàm Gauss (tiếp theo)**

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0388 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0297 | 0290 |
| 2,3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2,5 | 0175 | 0171 | 0167 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0119 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0 | 0044 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1 | 0033 | 0031 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3,2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3,6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 |

**Bảng 2: Bảng giá trị tích phân Laplace (hàm phân phối xác suất Gauss)**

$$\Phi_0\left(x\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_0^x \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

| $X$ | ,00 | ,01 | ,02 | ,03 | ,04 | ,05 | ,06 | ,07 | ,08 | ,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,000 | 0,004 | 0,008 | 0,012 | 0,016 | 0,0199 | 0,0239 | 0,0279 | 0,0319 | 0,0359 |
| 0,1 | 0389 | 0438 | 0478 | 0517 | 0557 | 0396 | 0636 | 0675 | 0714 | 0753 |
| 0,2 | 0793 | 0832 | 0871 | 0910 | 0948 | 0987 | 1026 | 1064 | 1103 | 1141 |
| 0,3 | 1179 | 1217 | 1255 | 1293 | 1331 | 1368 | 1406 | 1443 | 1480 | 1517 |
| 0,4 | 1554 | 1591 | 1628 | 1664 | 1700 | 1736 | 1772 | 1808 | 1844 | 1879 |
| 0,5 | 1915 | 1950 | 1985 | 2019 | 2054 | 2088 | 2123 | 2157 | 2190 | 2224 |
| 0,6 | 2257 | 2291 | 2324 | 2357 | 2389 | 2422 | 2454 | 2486 | 2517 | 2549 |
| 0,7 | 2580 | 2611 | 2642 | 2673 | 2703 | 2734 | 2764 | 2794 | 2823 | 2852 |
| 0,8 | 2881 | 2910 | 2939 | 2967 | 2995 | 3023 | 3051 | 3078 | 3106 | 3133 |
| 0,9 | 3159 | 3186 | 3212 | 3238 | 3264 | 3289 | 3315 | 3340 | 3365 | 3389 |
| 1 | 3413 | 3438 | 3461 | 3485 | 3508 | 3531 | 3554 | 3577 | 3599 | 3621 |
| 1,1 | 3643 | 3665 | 3686 | 3708 | 3729 | 3749 | 3770 | 3790 | 3810 | 3830 |
| 1,2 | 3849 | 3869 | 3888 | 3907 | 3925 | 3944 | 3962 | 3980 | 3997 | 4015 |
| 1,3 | 4032 | 4049 | 4066 | 4082 | 4099 | 4115 | 4131 | 4147 | 4162 | 4177 |
| 1,4 | 4192 | 4207 | 4222 | 4236 | 4251 | 4265 | 4279 | 4292 | 4306 | 4319 |
| 1,5 | 4332 | 4345 | 4357 | 4370 | 4382 | 4394 | 4406 | 4418 | 4429 | 4441 |
| 1,6 | 4452 | 4463 | 4474 | 4484 | 4495 | 4505 | 4515 | 4525 | 4535 | 4545 |
| 1,7 | 4554 | 4564 | 4573 | 4582 | 4591 | 4599 | 4608 | 4616 | 4625 | 4633 |
| 1,8 | 4641 | 4649 | 4656 | 4664 | 4671 | 4678 | 4686 | 4693 | 4699 | 4706 |
| 1,9 | 4713 | 4719 | 4726 | 4732 | 4738 | 4744 | 4750 | 4756 | 4761 | 4767 |
| 2 | 4772 | 4778 | 4783 | 4788 | 4793 | 4793 | 4803 | 4808 | 4812 | 4817 |
| 2,1 | 4821 | 4826 | 4830 | 4834 | 4838 | 4838 | 4846 | 4850 | 4854 | 4857 |
| 2,2 | 4861 | 4864 | 4868 | 4871 | 4875 | 4875 | 4881 | 4884 | 4887 | 4890 |

**Bảng 2: Bảng giá trị tích phân Laplace (tiếp theo)**

| $X$ | ,00 | ,01 | ,02 | ,03 | ,04 | ,05 | ,06 | ,07 | ,08 | ,09 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2,3 | 4893 | 4896 | 4898 | 4901 | 4904 | 4904 | 4909 | 4911 | 4913 | 4916 |
| 2,4 | 4918 | 4920 | 4922 | 4925 | 4927 | 4927 | 4931 | 4932 | 4934 | 4936 |
| 2,5 | 4938 | 4940 | 4941 | 4943 | 4945 | 4945 | 4948 | 4949 | 4951 | 4952 |
| 2,6 | 4953 | 4955 | 4956 | 4957 | 4959 | 4959 | 4961 | 4962 | 4963 | 4964 |
| 2,7 | 4962 | 4966 | 4967 | 4968 | 4969 | 4969 | 4971 | 4972 | 4973 | 4974 |
| 2,8 | 4974 | 4975 | 4976 | 4977 | 4977 | 4977 | 4979 | 4979 | 4980 | 4981 |
| 2,9 | 4981 | 4982 | 4982 | 4983 | 4984 | 4984 | 4985 | 4985 | 4986 | 4986 |
| 3 | 49865 | 49869 | 49874 | 49878 | 49882 | 49882 | 49889 | 49893 | 49897 | 49900 |
| 3,1 | 49903 | 49906 | 49909 | 49912 | 49915 | 49915 | 49921 | 49924 | 49926 | 49929 |
| 3,2 | 49931 | 49934 | 49936 | 49938 | 49940 | 49940 | 49924 | 49946 | 49948 | 49950 |
| 3,3 | 49952 | 49953 | 49955 | 49957 | 49958 | 49958 | 49961 | 49962 | 49964 | 49965 |
| 3,4 | 49966 | 49967 | 49969 | 49970 | 49971 | 49971 | 49973 | 49974 | 49975 | 49976 |
| 3,5 | 49977 | 49978 | 49978 | 49979 | 49980 | 49980 | 49982 | 49982 | 49983 | 49984 |
| 3,6 | 49984 | 49985 | 49985 | 49986 | 49986 | 49986 | 49987 | 49988 | 49988 | 49989 |
| 3,7 | 49989 | 49990 | 49990 | 49990 | 49991 | 49991 | 49992 | 49992 | 49992 | 49993 |
| 3,8 | 49993 | 49993 | 49993 | 49994 | 49994 | 49994 | 49994 | 49995 | 49995 | 49995 |
| 3,9 | 49995 | 49995 | 49996 | 49996 | 49996 | 49996 | 49996 | 49996 | 49997 | 49997 |

**Bảng 3: Bảng phân vị chuẩn tắc $U_\alpha$**

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{U_\alpha} \exp(-\frac{t^2}{2})dt = g$$

| $g$ | $U_g$ | $g$ | $U_g$ | $g$ | $U_g$ | $g$ | $U_g$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0.50 | 0.000 | 0.71 | 0.553 | 0.92 | 1.405 | 0.980 | 2.054 |
| 0.51 | 0.025 | 0.72 | 0.583 | 0.93 | 1.476 | 0.981 | 2.075 |
| 0,52 | 0.030 | 0.73 | 0.613 | 0.94 | 1.555 | 0.982 | 2.097 |
| 0.53 | 0.075 | 0.74 | 0.643 | 0.95 | 1.645 | 0.983 | 2.120 |
| 0.54 | 0.100 | 0.75 | 0.674 | 0.955 | 1.695 | 0.984 | 2.144 |
| 0.55 | 0.126 | 0.76 | 0.706 | 0.960 | 1.751 | 0.985 | 2.170 |
| 0.56 | 0.151 | 0.77 | 0.739 | 0.965 | 1.812 | 0.986 | 2.197 |
| 0.57 | 0.176 | 0.78 | 0.772 | 0.966 | 1.825 | 0.987 | 2.226 |
| 0.58 | 0.202 | 0.79 | 0.806 | 0.967 | 1.837 | 0.988 | 2.257 |
| 0.59 | 0.228 | 0.80 | 0.842 | 0.968 | 1.852 | 0.989 | 2.290 |
| 0.60 | 0.253 | 0.81 | 0.878 | 0.969 | 1.866 | 0.990 | 2.326 |
| 0.61 | 0.279 | 0.82 | 0.915 | 0.970 | 1.881 | 0.991 | 2.366 |
| 0.62 | 0.305 | 0.83 | 0.954 | 0.971 | 1.896 | 0.992 | 2.409 |
| 0.63 | 0.332 | 0.84 | 0.994 | 0.972 | 1.911 | 0.993 | 2.457 |
| 0.64 | 0.358 | 0.85 | 1.036 | 0.973 | 1.927 | 0.994 | 2.512 |
| 0.65 | 0.385 | 0.86 | 1.080 | 0.974 | 1.943 | 0.995 | 2.576 |
| 0.66 | 0.412 | 0.87 | 1.126 | 0.975 | 1.960 | 0.996 | 2.652 |
| 0.67 | 0.440 | 0.88 | 1.175 | 0.976 | 1.977 | 0.997 | 2.748 |
| 0.68 | 0.468 | 0.89 | 1.227 | 0.977 | 1.995 | 0.998 | 2.878 |
| 0.69 | 0.496 | 0.90 | 1.282 | 0.978 | 2.014 | 0.999 | 2.090 |
| 0.70 | 0.524 | 0.91 | 1.341 | 0.979 | 2.034 | | |
| $g$ | $U_g$ | $g$ | $U_g$ | $g$ | $U_g$ | $g$ | $U_g$ |

**Bảng 4: Bảng phân vị Student $t_\alpha(n)$**

bậc tự do $n-1$, mức xác suất $\alpha$

$P\left(T > t_\alpha\left(n-1\right)\right) = \alpha$ với $T \sim St(n)$.

| $n-1;\ \alpha$ | 0.10 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | 0.001 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 3.078 | 6.314 | 12.706 | 31.821 | 63.675 | 66.619 |
| 2 | 1.886 | 2.920 | 4.303 | 6.965 | 9.925 | 22.326 |
| 3 | 1.638 | 2.353 | 3.182 | 4.541 | 5.841 | 10.213 |
| 4 | 1.533 | 2.132 | 2.776 | 3.747 | 4.604 | 7.173 |
| 5 | 1.476 | 2.015 | 2.571 | 3.365 | 4.032 | 5.893 |
| 6 | 1.440 | 1.943 | 2.447 | 3.143 | 3.707 | 5.208 |
| 7 | 1.415 | 1.895 | 2.365 | 2.998 | 3.499 | 4.785 |
| 8 | 1.397 | 1.860 | 2.306 | 2.896 | 3.355 | 4.501 |
| 9 | 1.383 | 1.833 | 2.262 | 2.821 | 3.250 | 4.297 |
| 10 | 1.372 | 1.812 | 2.228 | 2.764 | 3.169 | 4.144 |
| 11 | 1.363 | 1.796 | 2.201 | 2.718 | 3.106 | 4.025 |
| 12 | 1.356 | 1.782 | 2.179 | 2.861 | 3.055 | 3.930 |
| 13 | 1.350 | 1.771 | 2.160 | 2.650 | 3.012 | 3.852 |
| 14 | 1.345 | 1.761 | 2.145 | 2.624 | 2.977 | 3.787 |
| 15 | 1.341 | 1.753 | 2.131 | 2.602 | 2.947 | 3.733 |
| 16 | 1.337 | 1.746 | 2.120 | 2.583 | 2.921 | 3.686 |
| 17 | 1.333 | 1.740 | 2.110 | 2.567 | 2.898 | 3.646 |
| 18 | 1.330 | 1.734 | 2.101 | 2.552 | 2.878 | 3.610 |
| 19 | 1.328 | 1.719 | 2.093 | 2.539 | 2.861 | 3.579 |
| 20 | 1.325 | 1.725 | 2.086 | 2.528 | 2.845 | 3.552 |
| 21 | 1.323 | 1.721 | 2.080 | 2.518 | 2.831 | 3.527 |
| 22 | 1.321 | 1.717 | 2.074 | 2.508 | 2.819 | 3.505 |
| 23 | 1.319 | 1.714 | 2.069 | 2.500 | 2.807 | 3.485 |
| 24 | 1.318 | 1.711 | 2.064 | 2.492 | 2.797 | 3.467 |
| 25 | 1.316 | 1.708 | 2.060 | 2.485 | 2.787 | 3.450 |
| 26 | 1.315 | 1.706 | 2.056 | 2.479 | 2.779 | 3.435 |
| 27 | 1.314 | 1.703 | 2.052 | 2.473 | 2.771 | 3.421 |
| 28 | 1.313 | 1.701 | 2.048 | 2.467 | 2.763 | 3.408 |
| 29 | 1.311 | 1.699 | 2.045 | 2.462 | 2.756 | 3.396 |
| 30 | 1.310 | 1.697 | 2.042 | 2.457 | 2.750 | 3.385 |
| 40 | 1.303 | 1.684 | 2.021 | 2.423 | 2.704 | 3.307 |
| 60 | 1.296 | 1.671 | 2.000 | 2.390 | 2.660 | 3.232 |
| 120 | 1.289 | 1.658 | 1.980 | 2.358 | 2.617 | 3.160 |
| $+\infty$ | 1.282 | 1.645 | 1.960 | 2.326 | 2.576 | 3.090 |

**Bảng 4: Bảng phân vị Khi bình phương bậc tự do $n$ mức xác suất $\alpha$**

| $n;\alpha$ | 0,995 | 0,99 | 0,975 | 0,95 | 0,05 | 0,025 | 0,01 | 0,005 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,000 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 3,841 | 5,024 | 6,635 | 7,879 |
| 2 | 0,010 | 0,020 | 0,0151 | 0,103 | 5,911 | 7,378 | 9,210 | 10,597 |
| 3 | 0,072 | 0,115 | 0,216 | 0,352 | 7,815 | 9,348 | 11,345 | 12,838 |
| 4 | 0,207 | 0,297 | 0,484 | 0,711 | 9,488 | 11,143 | 13,277 | 14,860 |
| 5 | 0,412 | 0,554 | 0,831 | 1,145 | 10,070 | 12,832 | 15,086 | 16,750 |
| 6 | 0,676 | 0,872 | 1,237 | 1,635 | 12,592 | 14,449 | 16,812 | 18,548 |
| 7 | 0,989 | 1,239 | 1,690 | 2,167 | 14,067 | 16,013 | 18,475 | 20,278 |
| 8 | 1,314 | 1,646 | 2,180 | 2,733 | 15,507 | 17,535 | 20,090 | 21,995 |
| 9 | 1,735 | 2,088 | 2,700 | 3,322 | 16,919 | 19,023 | 21,666 | 23,589 |
| 10 | 2,156 | 2,558 | 3,247 | 3,940 | 18,307 | 20,483 | 23,209 | 25,188 |
| 11 | 2,603 | 3,053 | 3,816 | 4,575 | 19,675 | 21,920 | 24,725 | 26,757 |
| 12 | 3,074 | 3,571 | 4,404 | 5,226 | 21,026 | 23,337 | 26,217 | 28,300 |
| 13 | 3,565 | 4,107 | 5,009 | 5,982 | 22,362 | 24,736 | 27,688 | 29,819 |
| 14 | 4,075 | 4,660 | 5,629 | 6,571 | 23,685 | 26,119 | 29,141 | 31,319 |
| 15 | 4,601 | 5,229 | 5,262 | 7,261 | 24,996 | 27,488 | 30,758 | 32,801 |
| 16 | 5,142 | 5,812 | 6,908 | 7,962 | 26,296 | 28,845 | 32,000 | 34,267 |
| 17 | 5,697 | 6,408 | 7,564 | 8,672 | 27,587 | 30,191 | 33,409 | 35,718 |
| 18 | 6,265 | 7,015 | 8,231 | 9,390 | 28,869 | 31,526 | 34,805 | 37,156 |
| 19 | 6,844 | 7,633 | 8,907 | 10,117 | 30,144 | 32,852 | 36,191 | 38,582 |
| 20 | 7,343 | 8,260 | 9,591 | 10,851 | 31,410 | 34,170 | 37,566 | 39,997 |
| 21 | 8,034 | 8,897 | 10,283 | 11,591 | 32,671 | 35,479 | 38,932 | 41,401 |
| 22 | 8,543 | 9,542 | 10,982 | 12,388 | 33,924 | 36,781 | 40,289 | 42,796 |
| 23 | 9,260 | 10,196 | 11,689 | 13,091 | 35,172 | 38,076 | 41,638 | 44,181 |
| 24 | 9,886 | 10,856 | 12,401 | 13,848 | 36,415 | 39,364 | 42,980 | 45,558 |
| 25 | 10,520 | 11,524 | 13,120 | 14,611 | 37,652 | 40,646 | 44,314 | 46,928 |
| 26 | 11,160 | 12,198 | 13,844 | 15,379 | 38,885 | 41,923 | 45,642 | 48,290 |
| 27 | 11,808 | 12,879 | 14,573 | 16,151 | 40,113 | 43,194 | 46,963 | 49,645 |
| 28 | 12,461 | 13,565 | 15,308 | 16,928 | 41,337 | 44,461 | 48,278 | 50,993 |
| 29 | 13,121 | 14,256 | 16,047 | 17,708 | 42,557 | 45,722 | 49,588 | 52,336 |
| 30 | 13,787 | 14,930 | 16,791 | 18,493 | 43,773 | 46,979 | 50,892 | 63,672 |
| 40 | 20,707 | 22,164 | 24,433 | 26,509 | 55,578 | 5,342 | 63,691 | 66,766 |
| 50 | 27,991 | 29,707 | 32,307 | 24,754 | 67,505 | 71,420 | 76,154 | 79,490 |
| 100 | 67,328 | 70,065 | 74,222 | 77,929 | 124,34 | 129,56 | 135,80 | 140,16 |

**Bảng 5: Bảng phân phối Fisher với** $\alpha = 0.01$

| Df mẫu (m) | Bậc tự do (df) của tử số (n) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 4052 | 4999 | 5404 | 5624 | 5764 | 5859 | 5928 | 5981 | 6022 | 6056 |
| 2 | 98,50 | 99,00 | 99,16 | 99,25 | 99,30 | 99,33 | 99,36 | 99,38 | 99,39 | 99,40 |
| 3 | 34,12 | 30,82 | 29,46 | 28,71 | 28,24 | 27,91 | 27,67 | 27,49 | 27,34 | 27,23 |
| 4 | 21,20 | 18,00 | 16,69 | 15,98 | 15,52 | 15,21 | 14,98 | 14,80 | 14,66 | 14,55 |
| 5 | 16,26 | 13,27 | 12,06 | 11,39 | 10,97 | 10,67 | 10,46 | 10,29 | 10,16 | 10,05 |
| 6 | 13,75 | 10,92 | 9,78 | 9,15 | 8,75 | 8,47 | 8,26 | 8,10 | 7,98 | 7,87 |
| 7 | 12,25 | 9,55 | 8,45 | 7,85 | 7,46 | 7,19 | 6,99 | 6,84 | 6,72 | 6,62 |
| 8 | 11,26 | 8,65 | 7,59 | 7,01 | 6,63 | 6,37 | 6,18 | 6,03 | 5,91 | 5,81 |
| 9 | 10,56 | 8,02 | 6,99 | 6,42 | 6,06 | 5,80 | 5,61 | 5,47 | 5,35 | 5,26 |
| 10 | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | 5,20 | 5,06 | 4,94 | 4,85 |
| 11 | 9,65 | 7,21 | 6,22 | 5,67 | 5,32 | 5,07 | 4,89 | 4,74 | 4,63 | 4,54 |
| 12 | 9,33 | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | 4,64 | 4,50 | 4,39 | 4,30 |
| 13 | 9,07 | 6,70 | 5,74 | 5,21 | 4,86 | 4,62 | 4,44 | 4,30 | 4,19 | 4,10 |
| 14 | 8,86 | 6,51 | 5,56 | 5,04 | 4,69 | 4,46 | 4,28 | 4,14 | 4,03 | 3,94 |
| 15 | 8,68 | 6,36 | 5,42 | 4,89 | 4,56 | 4,32 | 4,14 | 4,00 | 3,89 | 3,80 |
| 16 | 8,53 | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4,44 | 4,20 | 4,03 | 3,89 | 3,78 | 3,69 |
| 17 | 8,40 | 6,11 | 5,19 | 4,67 | 4,34 | 4,10 | 3,93 | 3,79 | 3,68 | 3,59 |
| 18 | 8,29 | 6,01 | 5,09 | 4,58 | 4,25 | 4,01 | 3,84 | 3,71 | 3,60 | 3,51 |
| 19 | 8,18 | 5,93 | 5,01 | 4,50 | 4,17 | 3,94 | 3,77 | 3,63 | 3,52 | 3,43 |
| 20 | 8,10 | 5,85 | 4,94 | 4,43 | 4,10 | 3,87 | 3,70 | 3,56 | 3,46 | 3,37 |
| 21 | 8,02 | 5,78 | 4,87 | 4,37 | 4,04 | 3,81 | 3,64 | 3,51 | 3,40 | 3,31 |
| 22 | 7,95 | 5,72 | 4,82 | 4,31 | 3,99 | 3,76 | 3,59 | 3,45 | 3,35 | 3,26 |
| 23 | 7,88 | 5,66 | 4,76 | 4,26 | 3,94 | 3,71 | 3,54 | 3,41 | 3,30 | 3,21 |
| 24 | 7,82 | 5,61 | 4,72 | 4,22 | 3,90 | 3,67 | 3,50 | 3,36 | 3,26 | 3,17 |
| 25 | 7,77 | 5,57 | 4,68 | 4,18 | 3,85 | 3,63 | 3,46 | 3,32 | 3,22 | 3,13 |
| 26 | 7,72 | 5,53 | 4,64 | 4,14 | 3,82 | 3,59 | 3,42 | 3,29 | 3,18 | 3,09 |
| 27 | 7,68 | 5,49 | 4,60 | 4,11 | 3,78 | 3,56 | 3,39 | 3,26 | 3,15 | 3,06 |
| 28 | 7,64 | 5,45 | 4,57 | 4,07 | 3,75 | 3,53 | 3,36 | 3,23 | 3,12 | 3,03 |
| 29 | 7,60 | 5,42 | 4,54 | 4,04 | 3,73 | 3,50 | 3,33 | 3,20 | 3,09 | 3,00 |
| 30 | 7,56 | 5,39 | 4,51 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | 3,30 | 3,17 | 3,07 | 2,98 |
| 40 | 7,31 | 5,18 | 4,31 | 3,83 | 3,51 | 3,29 | 3,12 | 2,99 | 2,89 | 2,80 |
| 60 | 7,08 | 4,98 | 4,13 | 3,65 | 3,34 | 3,12 | 2,95 | 2,82 | 2,72 | 2,63 |
| 120 | 6,85 | 4,79 | 3,95 | 3,48 | 3,17 | 2,96 | 2,79 | 2,66 | 2,56 | 2,47 |
| $\infty$ | 6,63 | 4,61 | 3,78 | 3,32 | 3,02 | 2,80 | 2,64 | 2,51 | 2,41 | 2,32 |

**Bảng 5 (tt): Bảng phân phối Fisher với** $\alpha = 0.01$

| Df mẫu (m) | Bậc tự do (df) của tử số (n) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 |
| 1 | 6083 | 6107 | 6157 | 6209 | 6234 | 6260 | 6286 | 6313 | 6340 |
| 2 | 99,41 | 99,42 | 99,43 | 99,45 | 99,46 | 99,47 | 99,48 | 99,48 | 99,49 |
| 3 | 27,13 | 27,05 | 26,87 | 26,69 | 26,60 | 26,50 | 26,41 | 26,32 | 26,22 |
| 4 | 14,45 | 14,37 | 14,20 | 14,02 | 13,93 | 13,84 | 13,75 | 13,65 | 13,56 |
| 5 | 9,96 | 9,89 | 9,72 | 9,55 | 9,47 | 9,38 | 9,29 | 9,20 | 9,11 |
| 6 | 7,79 | 7,72 | 7,56 | 7,40 | 7,31 | 7,23 | 7,14 | 7,06 | 6,97 |
| 7 | 6,54 | 6,47 | 6,31 | 6,16 | 6,07 | 5,99 | 5,91 | 5,82 | 5,74 |
| 8 | 5,73 | 5,67 | 5,52 | 5,36 | 5,28 | 5,20 | 5,12 | 5,03 | 4,95 |
| 9 | 5,18 | 5,11 | 4,96 | 4,81 | 4,73 | 4,65 | 4,57 | 4,48 | 4,40 |
| 10 | 4,77 | 4,71 | 4,56 | 4,41 | 4,33 | 4,25 | 4,17 | 4,08 | 4,00 |
| 11 | 4,46 | 4,40 | 4,25 | 4,10 | 4,02 | 3,94 | 3,86 | 3,78 | 3,69 |
| 12 | 4,22 | 4,16 | 4,01 | 3,86 | 3,78 | 3,70 | 3,62 | 3,54 | 3,45 |
| 13 | 4,02 | 3,96 | 3,82 | 3,66 | 3,59 | 3,51 | 3,43 | 3,34 | 3,25 |
| 14 | 3,86 | 3,80 | 3,66 | 3,51 | 3,43 | 3,35 | 3,27 | 3,18 | 3,09 |
| 15 | 3,73 | 3,67 | 3,52 | 3,37 | 3,29 | 3,21 | 3,13 | 3,05 | 2,96 |
| 16 | 3,62 | 3,55 | 3,41 | 3,26 | 3,18 | 3,10 | 3,02 | 2,93 | 2,84 |
| 17 | 3,52 | 3,46 | 3,31 | 3,16 | 3,08 | 3,00 | 2,92 | 2,83 | 2,75 |
| 18 | 3,43 | 3,37 | 3,23 | 3,08 | 3,00 | 2,92 | 2,84 | 2,75 | 2,66 |
| 19 | 3,36 | 3,30 | 3,15 | 3,00 | 2,92 | 2,84 | 2,76 | 2,67 | 2,58 |
| 20 | 3,29 | 3,23 | 3,09 | 2,94 | 2,86 | 2,78 | 2,69 | 2,61 | 2,52 |
| 21 | 3,24 | 3,17 | 3,03 | 2,88 | 2,80 | 2,72 | 2,64 | 2,55 | 2,46 |
| 22 | 3,18 | 3,12 | 2,98 | 2,83 | 2,75 | 2,67 | 2,58 | 2,50 | 2,40 |
| 23 | 3,14 | 3,07 | 2,93 | 2,78 | 2,70 | 2,62 | 2,54 | 2,45 | 2,35 |
| 24 | 3,09 | 3,03 | 2,89 | 2,74 | 2,66 | 2,58 | 2,49 | 2,40 | 2,31 |
| 25 | 3,06 | 2,99 | 2,85 | 2,70 | 2,62 | 2,54 | 2,45 | 2,36 | 2,27 |
| 26 | 3,02 | 2,96 | 2,81 | 2,66 | 2,58 | 2,50 | 2,42 | 2,33 | 2,23 |
| 27 | 2,99 | 2,93 | 2,78 | 2,63 | 2,55 | 2,47 | 2,38 | 2,29 | 2,20 |
| 28 | 2,96 | 2,90 | 2,75 | 2,60 | 2,52 | 2,44 | 2,35 | 2,26 | 2,17 |
| 29 | 2,93 | 2,87 | 2,73 | 2,57 | 2,49 | 2,41 | 2,33 | 2,23 | 2,14 |
| 30 | 2,91 | 2,84 | 2,70 | 2,55 | 2,47 | 2,39 | 2,30 | 2,21 | 2,11 |
| 40 | 2,73 | 2,66 | 2,52 | 2,37 | 2,29 | 2,20 | 2,11 | 2,02 | 1,92 |
| 60 | 2,56 | 2,50 | 2,35 | 2,20 | 2,12 | 2,03 | 1,94 | 1,84 | 1,73 |
| 120 | 2,40 | 2,34 | 2,19 | 2,03 | 1,95 | 1,86 | 1,76 | 1,66 | 1,53 |
| $\infty$ | 2,25 | 2,18 | 2,04 | 1,88 | 1,79 | 1,70 | 1,59 | 1,47 | 1,32 |

**Bảng 5 (tt): Bảng phân phối Fisher với** $\alpha = 0.05$

| Df mẫu (m) | Bậc tự do (df) của tử số (n) | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | 161,5 | 199,5 | 215,7 | 224,6 | 230,2 | 234,0 | 236,8 | 238,9 | 240,5 | 241,9 |
| 2 | 18,51 | 19,49 | 19,16 | 19,25 | 19,30 | 19,33 | 19,35 | 19,37 | 19,38 | 19,40 |
| 3 | 10,13 | 9,55 | 9,28 | 9,12 | 9,01 | 8,94 | 8,89 | 8,85 | 8,81 | 8,79 |
| 4 | 7,71 | 6,94 | 6,59 | 6,39 | 6,26 | 6,16 | 6,09 | 6,04 | 6,00 | 5,96 |
| 5 | 6,61 | 5,79 | 5,41 | 5,19 | 5,05 | 4,95 | 4,88 | 4,82 | 4,77 | 4,74 |
| 6 | 5,99 | 5,14 | 4,76 | 4,53 | 4,39 | 4,28 | 4,21 | 4,15 | 4,10 | 4,06 |
| 7 | 5,59 | 4,74 | 4,35 | 4,12 | 3,97 | 3,87 | 3,79 | 3,73 | 3,68 | 3,64 |
| 8 | 5,32 | 4,46 | 4,07 | 3,84 | 3,69 | 3,58 | 3,50 | 3,44 | 3,39 | 3,35 |
| 9 | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 3,29 | 3,23 | 3,18 | 3,14 |
| 10 | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | 3,14 | 3,07 | 3,02 | 2,98 |
| 11 | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 3,01 | 2,95 | 2,90 | 2,85 |
| 12 | 4,75 | 3,89 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | 2,91 | 2,85 | 2,80 | 2,75 |
| 13 | 4,67 | 3,81 | 3,41 | 3,18 | 3,03 | 2,92 | 2,83 | 2,77 | 2,71 | 2,67 |
| 14 | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | 2,76 | 2,70 | 2,65 | 2,60 |
| 15 | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,71 | 2,64 | 2,59 | 2,54 |
| 16 | 4,49 | 3,63 | 3,24 | 3,01 | 2,85 | 2,74 | 2,66 | 2,59 | 2,54 | 2,49 |
| 17 | 4,45 | 3,69 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,61 | 2,55 | 2,49 | 2,45 |
| 18 | 4,41 | 3,55 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | 2,58 | 2,51 | 2,46 | 2,41 |
| 19 | 4,38 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,54 | 2,48 | 2,42 | 2,38 |
| 20 | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,60 | 2,51 | 2,45 | 2,39 | 2,35 |
| 21 | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 2,49 | 2,42 | 2,37 | 2,32 |
| 22 | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | 2,46 | 2,40 | 2,34 | 2,30 |
| 23 | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 2,44 | 2,37 | 2,32 | 2,27 |
| 24 | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | 2,42 | 2,36 | 2,30 | 2,25 |
| 25 | 4,24 | 3,39 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 2,40 | 2,34 | 2,28 | 2,24 |
| 26 | 4,23 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | 2,39 | 2,32 | 2,27 | 2,22 |
| 27 | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 2,37 | 2,31 | 2,25 | 2,20 |
| 28 | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,45 | 2,36 | 2,29 | 2,24 | 2,19 |
| 29 | 4,18 | 3,33 | 2,93 | 2,70 | 2,55 | 2,43 | 2,35 | 2,28 | 2,22 | 2,18 |
| 30 | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | 2,33 | 2,27 | 2,21 | 2,16 |
| 40 | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | 2,25 | 2,18 | 2,12 | 2,08 |
| 60 | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,53 | 2,37 | 2,25 | 2,17 | 2,10 | 2,04 | 1,99 |
| 120 | 3,92 | 3,07 | 2,68 | 2,45 | 2,29 | 2,18 | 2,09 | 2,02 | 1,96 | 1,91 |
| $\infty$ | 3,84 | 3,00 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,10 | 2,01 | 1,94 | 1,88 | 1,83 |

**Bảng 5 (tt): Bảng phân phối Fisher với** $\alpha = 0.05$

| Df mẫu (m) | Bậc tự do (df) của tử số (n) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | 12 | 15 | 20 | 24 | 30 | 40 | 60 | 120 |
| 1 | 243 | 244 | 246 | 248 | 249 | 250 | 251 | 252 | 253 |
| 2 | 19,4 | 19,4 | 19,4 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 | 19,5 |
| 3 | 8,76 | 8,74 | 8,70 | 8,66 | 8,64 | 8,62 | 8,59 | 8,57 | 8,55 |
| 4 | 5,94 | 5,91 | 5,86 | 5,80 | 5,77 | 5,75 | 5,72 | 5,69 | 5,66 |
| 5 | 4,70 | 4,68 | 4,62 | 4,56 | 4,53 | 4,50 | 4,46 | 4,43 | 4,40 |
| 6 | 4,03 | 4,00 | 3,94 | 3,87 | 3,84 | 3,81 | 3,77 | 3,74 | 3,70 |
| 7 | 3,60 | 3,57 | 3,51 | 3,44 | 3,41 | 3,38 | 3,34 | 3,30 | 3,27 |
| 8 | 3,31 | 3,28 | 3,22 | 3,15 | 3,12 | 3,08 | 3,04 | 3,01 | 2,97 |
| 9 | 3,10 | 3,07 | 3,01 | 2,94 | 2,90 | 2,86 | 2,83 | 2,79 | 2,75 |
| 10 | 2,94 | 2,91 | 2,85 | 2,77 | 2,74 | 2,70 | 2,66 | 2,62 | 2,58 |
| 11 | 2,82 | 2,79 | 2,72 | 2,65 | 2,61 | 2,57 | 2,53 | 2,49 | 2,45 |
| 12 | 2,72 | 2,69 | 2,62 | 2,54 | 2,51 | 2,47 | 2,43 | 2,38 | 2,34 |
| 13 | 2,63 | 2,60 | 2,53 | 2,46 | 2,42 | 2,38 | 2,34 | 2,30 | 2,25 |
| 14 | 2,57 | 2,53 | 2,46 | 2,39 | 2,35 | 2,31 | 2,27 | 2,22 | 2,18 |
| 15 | 2,51 | 2,48 | 2,40 | 2,33 | 2,29 | 2,25 | 2,20 | 2,16 | 2,11 |
| 16 | 2,46 | 2,42 | 2,35 | 2,28 | 2,24 | 2,19 | 2,15 | 2,11 | 2,06 |
| 17 | 2,41 | 2,38 | 2,31 | 2,23 | 2,19 | 2,15 | 2,10 | 2,06 | 2,01 |
| 18 | 2,37 | 2,34 | 2,27 | 2,19 | 2,15 | 2,11 | 2,06 | 2,02 | 1,97 |
| 19 | 2,34 | 2,31 | 2,23 | 2,16 | 2,11 | 2,07 | 2,03 | 1,98 | 1,93 |
| 20 | 2,31 | 2,28 | 2,20 | 2,12 | 2,08 | 2,04 | 1,99 | 1,95 | 1,90 |
| 21 | 2,28 | 2,25 | 2,18 | 2,10 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,87 |
| 22 | 2,26 | 2,23 | 2,15 | 2,07 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,89 | 1,84 |
| 23 | 2,24 | 2,20 | 2,13 | 2,05 | 2,01 | 1,96 | 1,91 | 1,86 | 1,81 |
| 24 | 2,22 | 2,18 | 2,11 | 2,03 | 1,98 | 1,94 | 1,89 | 1,84 | 1,79 |
| 25 | 2,20 | 2,16 | 2,09 | 2,01 | 1,96 | 1,92 | 1,87 | 1,82 | 1,77 |
| 26 | 2,18 | 2,15 | 2,07 | 1,99 | 1,95 | 1,90 | 1,85 | 1,80 | 1,75 |
| 27 | 2,17 | 2,13 | 2,06 | 1,97 | 1,93 | 1,88 | 1,84 | 1,79 | 1,73 |
| 28 | 2,15 | 2,12 | 2,04 | 1,96 | 1,91 | 1,87 | 1,82 | 1,77 | 1,71 |
| 29 | 2,14 | 2,10 | 2,03 | 1,94 | 1,90 | 1,85 | 1,81 | 1,75 | 1,70 |
| 30 | 2,13 | 2,09 | 2,01 | 1,93 | 1,89 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,68 |
| 40 | 2,04 | 2,00 | 1,92 | 1,84 | 1,79 | 1,74 | 1,69 | 1,64 | 1,58 |
| 60 | 1,95 | 1,92 | 1,84 | 1,75 | 1,70 | 1,65 | 1,59 | 1,53 | 1,47 |
| 120 | 1,87 | 1,83 | 1,75 | 1,66 | 1,61 | 1,55 | 1,50 | 1,43 | 1,35 |
| $\infty$ | 1,79 | 1,75 | 1,67 | 1,57 | 1,52 | 1,46 | 1,39 | 1,32 | 1,22 |

# Tài liệu tham khảo


[1] Lê Sĩ Đồng (2013), *Giáo trình xác suất - Thống kê*, Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

[2] Trần Lộc Hùng (2005), *Giáo trình xác suất thống kê*, Nhà xuất bản Giáo dục.

[3] Trần Lộc Hùng (2005), *Hướng dẫn giải bài tập xác suất và thống kê*, Nhà xuất bản Giáo dục.

[4] Nguyễn Văn Hữu, Đào Hữu Hồ, Hoàng Hữu Như (2004), *Thống kê toán học*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia Hà Nội.

[5] Lê Khánh Luận, Nguyễn Thanh Sơn (2011), *Lý thuyết xác suất và thống kê*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia Tp. Hồ Chí Minh.

[6] Lê Khánh Luận, Nguyễn Thanh Sơn (2013), *Bài tập xác suất và thống kê*, Nhà xuất bản Đại học Quốc Gia Tp. Hồ Chí Minh.

[7] Nguyễn Viết Phú, Nguyễn Duy Tiến (2004), *Cơ sở lý thuyết xác suất*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội.

[8] Nguyễn Duy Tiến, Vũ Viết Yên (2006), *Lý thuyết xác suất*, Nhà xuất bản Giáo dục.

[9] Nguyễn Cao Văn, Trần Thái Ninh, Ngô Văn Thứ (2012), *Giáo trình Lý thuyết xác suất và Thống kê toán*, Nhà xuất bản Đại học Kinh tế Quốc dân.

[10] Nguyễn Cao Văn, Trần Thái Ninh, Nguyễn Thế Hệ (2013), *Bài tập Xác suất và Thống kê toán*, Nhà xuất bản Đại học Kinh tế Quốc dân.